

中国地质大学研究生院
研究生入学复试《复变函数》考试大纲
(数学学科同等学力入学复试加试科目)

(一) 复数与复变函数

1. 熟悉复数. 复变函数的概念. 极限. 连续。
2. 理解掌握复数的计算, 复变函数的极限. 连续运算。
3. 简单应用复数的指数形式运算和几何意义。

(二) 解析函数

1. 熟悉解析函数的定义, 初等解析函数及其性质。
2. 理解掌握解析函数的定义, 柯西-黎曼 (Cauchy-Riemann) 方程及用它判别解析函数方法。
3. 简单应用初等多值函数分出单叶解析分支, 并在单叶性区域内由初值确定终值。
4. 能进行具有多个有限支点的多值函数分出单叶解析分支的方法, 并在单叶性区域内由初值确定终值。

(三) 复变函数的积分

1. 熟悉复积分的定义及性质。
2. 理解掌握柯西 (Cauchy) 积分定理及其推广, 柯西积分公式及其推论。
3. 简单运用柯西积分定理和柯西积分公式. 高阶导数公式计算函数沿闭曲线的积分, 已知解析函数的实部 (或虚部), 求该解析函数。
4. 能进行柯西不等式与刘维尔 (Liouville) 定理的证明, 利用摩勒拉 (Morera) 定理判断解析函数。

(四) 解析函数的幂级数表示法

1. 熟悉复级数的基本性质。
2. 理解掌握幂级数的敛散性及其收敛半径. 收敛圆的确定方法, 泰勒定理, 幂级数和的解析性。
3. 简单应用解析函数的幂级数表示, 一些初等函数的泰勒 (Taylor) 展式, 幂级数的和函数在收敛圆周上的奇点的存在性。
4. 能进行解析函数的零点孤立性. 唯一性定理. 最大模原理的证明。

(五) 解析函数的洛朗 (Laurent) 展式与孤立奇点

1. 熟悉双边幂级数, 孤立奇点的类型, 整函数与亚纯函数的概念。
2. 理解掌握双边幂级数的敛散性, 洛朗定理。
3. 简单应用将解析函数在孤立奇点邻域内展成洛朗级数, 收敛圆环的确定, 判断孤立奇点类型。
4. 能判断在无穷远点的孤立奇点类型。

(六) 留数理论及其应用

1. 熟悉留数, 对数留数。
2. 理解掌握留数定理, 辐角原理, 儒歇 (Rouché) 定理。
3. 能利用柯西留数定理计算函数沿闭曲线的积分, 用留数定理计算实积分。
4. 能进行考察区域内解析函数零点分布状况, 辐角原理. 儒歇定理的证明。

(七) 保形变换

1. 熟悉保形变换的特性。
2. 理解掌握分式线性变换的特性。
3. 能进行某些初等函数所构成的保形变换。