

601 数学分析 考试基本要求

一 实数集与函数

(1) 掌握实数的基本性质和确界原理, 建立实数集确界概念; (2) 理解函数的概念, 熟悉与函数性态有关的一些常见术语。

二 数列极限

(1) 理解数列极限的概念 (2) 了解收敛数列的性质, 理解数列收敛性的判别法。掌握并会证明收敛数列性质、极限的唯一性、单调性、保号性及不等式性质; (3) 掌握并会证明收敛数列的四则运算定理、迫敛性定理及单调性定理, 并会用这些定理求某些收敛数列的极限。

三 函数极限

(1) 准确建立函数极限(包括单侧极限)概念, 理解函数极限的 $\varepsilon - \delta$, $\varepsilon - M$ 定义; (2) 掌握函数极限的基本性质: 唯一性、局部保号性、不等式性质以及有理运算性质等; (3) 掌握 Heine 定理与 Cauchy 准则; (4) 掌握两个重要极限; (5) 掌握无穷小(大)量及其阶的概念, 并由此求出某些函数的极限。

四 函数的连续性

(1) 理解函数在一点连续(含单侧连续)的定义; (2) 掌握连续函数的局部性质, 连续函数的有理运算性质并能加以证明, 熟悉复合函数的连续性和反函数的连续性; (3) 理解初等函数在其有定义的区间上都是连续的, 并能运用连续性的概念以及连续函数的性质加以证明, 能熟练运用这一结论求初等函数的极限; (4) 掌握闭区间上连续函数的重要性质, 理解其几何意义, 并能在各种有关的具体问题中加以运用。

五 导数和微分

(1) 掌握导数与微分概念, 了解它们的几何意义; (2) 能熟练运用导数的运算性质和求导法则求函数的导数(特别是求复合函数的导数); (3) 理解单侧导数, 可导性和连续性的关系, 高阶导数的求法; (4) 了解导数的几何意义, 微分在近似计算中的应用。

六 微分中值定理及其应用

(1) 理解并掌握中值定理的几何意义。(2) 掌握常用的一些 Taylor 公式; 掌握 Taylor 公式中的 Lagrange 余项和 Peano 余项。(3) 能灵活运用 L' Hospital 法则处理不定式极限。(4) 掌握利用导数性质讨论函数性质的方法。(5) 掌握用微分学知识解决应用问题的基本能力, 如函数单调性的判定, 不等式的证明, 极限问题等。

七 实数的完备性

(1) 理解刻划实数完备性的确界定理、单调有界定理、闭区间套定理、致密性定理、有界覆盖定理、Cauchy 收敛原理等几个等价命题, 并且会用确界定理证明一些问题; (2) 会用“闭区间套定理”的二分法证明; “致密性定理”的抽子列法证明, 并能证明其它的一些定理; (3) 会用单调有界定理与数列极限的 Cauchy 收敛原理来证明一些极限存在与不存在; (4) 掌握运用基本定理证明闭区间上连续函数的性质, 理解其证明的思想方法; (5) 了解数列的上极限和下极限的概念及其与数列极限的关系。

八 不定积分

(1) 掌握原函数与不定积分的概念；(2) 熟练掌握并能灵活应用基本积分公式；(3) 熟练掌握凑微分法；(4) 掌握换元积分法，特别能较熟练地使用三角代换、根式代换；(5) 掌握用分部积分法化不定积分成代数方程，从而求解不定积分的方法；(7) 掌握部分分式法解有理函数的不定积分的方法；(8) 能灵活地处理三角函数的不定积分。

九 定积分

(1) 理解定积分的定义及其几何意义和物理意义；(2) 了解达 Darboux 上、下和的性质；(3) 掌握可积的充要条件，并能用以证明三类函数的可积性；(4) 掌握定积分的性质，并能进行简单的推理论证和计算；(5) 掌握积分上限函数的性质，并能在解题中应用这个性质；(6) 掌握 Newton—Leibniz 公式，能熟练地进行积分计算；(7) 能综合运用换元法、分部积分法和定积分的性质进行定积分的计算。

十 定积分的应用

(1) 掌握平面图形的面积、平面曲线的弧长；(2) 掌握已知平行截面面积的立体的体积、旋转曲面的面积；(3) 理解微元法；(4) 了解积分在物理中的某些应用、定积分的近似计算。

十一 反常积分

(1) 理解两种类型反常积分的定义、性质；(2) 会用定义与性质计算两种反常积分值；(3) 掌握两种反常积分收敛的判断法：比较判别法、Cauchy 判别法、Abel 判别法和 Dirichlet 判别法来判别积分收敛；(4) 能用比较判别法、Cauchy 判别法、Cauchy 收敛原理判别反常积分的敛散性；(5) 掌握两类积分绝对收敛和条件收敛概念。

十二 数项级数

(1) 理解数项级数和数列极限的关系，会用“ ϵ - N ”语言表述级数收敛或发散。(2) 掌握 Cauchy 收敛原理，能用 Cauchy 原理证明级数收敛与发散，熟练掌握级数的必要条件。(3) 掌握正项级数敛散的比较原则，Cauchy 判别法，达朗贝尔判别法，Cauchy 积分判别法。(4) 掌握 Leibniz 判别法，Abel 判别法和 Dirichlet 判别法，判断级数的条件收敛。(5) 理解级数收敛、绝对收敛、条件收敛之间的关系，了解绝对收敛和条件收敛级数的主要性质，会对含有一个参数的级数确定其绝对收敛域和条件收敛域。

十三 函数列与函数项级数

(1) 能用数项级数收敛判别法讨论函数项级数的收敛性，研究函数项级数与函数列收敛域；(2) 理解一致收敛概念，能从定义出发证明函数列或函数项级数的一致收敛和非一致收敛；(3) 掌握 Cauchy 收敛原理，并能应用于判别一致收敛与非一致收敛；(4) 掌握各种判别法，研究函数列或函数项级数的一致收敛性；(5) 利用一致收敛性证明极限函数和函数的连续性、可微性与可积性。反过来，从和函数或极限函数的分析性质研究函数项级数或函数列的一致收敛性 (Dini 定理)。

十四 幂级数

(1) 掌握求幂级数的收敛半径的方法，确定收敛区间端点的敛散性；(2) 掌握幂级数在收敛区间内的内闭一致收敛性，幂级数和函数的分析性质；(3) 用等比数列求和公式，或通过利用幂级数逐项求导逐项求积的性质，可化为等比数列求和求出某些幂级数的和函数的

初等形式。

十五 Fourier 级数

(1) 了解三角级数的正交性, 并能在某些积分计算中加以应用; (2) 会计算可积函数的 Fourier 系数; (3) 掌握收敛定理的条件与结论, 会用收敛定理将以 2π 为周期的函数展成 Fourier 级数; (4) 掌握奇、偶函数的 Fourier 级数展开的特点, 会将定义在某区间上的函数按要求展成正弦级数或余弦级数; (5) 能利用 Fourier 展开求一些简单级数的和; (6) 了解黎曼-勒贝格引理的内容及它的一些简单应用。

十六 多元函数的极限和连续

(1) 掌握平面点集、邻域、中心邻域的表达法; (2) 会判别一般平面点集是开集还是闭集, 有界还是无界, 是否是区域、开区域、闭区域, 会写出其边界; (3) 了解平面点集的矩形套定理、聚点定理、有限覆盖定理, 理解它们与直线上有关定理相互关系; (4) 掌握平面点列收敛的 ε - N 定义及柯西收敛原理; (5) 理解二元函数的概念及几何意义, 并能推广到多元函数; 会确定一般二元函数的定义域及连续范围; (6) 理解二元函数极限 ε - N 定义, 会依定义证明不太复杂的二重极限; (7) 掌握累次极限概念, 能通过具体反例分析二重极限与累次极限的关系; (8) 理解二元函数连续性及一致连续性的定义, 会依定义讨论连续性及有关的简单命题, 理解有界闭域上连续函数的性质。

十七 多元函数微分学

(1) 掌握偏导数与全微分的定义、复合函数的求导法则; (2) 掌握可微的条件、复合函数的全微分、一阶全微分形式不变性、高阶偏导数、中值定理、Taylor 公式; (3) 理解可微性几何意义及应用、极值问题; (4) 了解方向导数与梯度。

十八 隐函数定理及其应用

(1) 理解隐函数定理的有关概念, 及隐函数存在的条件; (2) 了解隐函数组, 反函数组的有关概念, 理解二元隐函数组存在的条件, 了解反函数组存在的条件; (3) 掌握隐函数的微分法在几何方面的应用, 会把实际问题抽象为条件极值并予以解决。

十九 含参量积分

(1) 理解含参变量常见积分作为参量的函数, 掌握它的连续性、可微性和可积性的条件, 并能应用这些条件讨论一些含参量常见积分的有关性质; (2) 理解含参量广义积分及一致收敛概念, 会从定义或 Cauchy 收敛原理出发证明积分的一致收敛性或非一致收敛性; (3) 掌握和利用 M-判别法、Dirichlet 判别法、Abel 判别法, 判别一些常见积分的一致收敛性; (4) 掌握含参量广义积分的分析性质: 连续性、可微性、可积性; (5) 掌握 Euler 积分的定义、性质、递推公式及它们之间的关系, 并用于计算积分。

二十 曲线积分

(1) 掌握第一型曲线积分的定义、第一型曲线积分的计算、第二型曲线积分的定义、第二型曲线积分的计算; (2) 了解第一型曲线积分的意义、第二型曲线积分的意义、两类曲线积分的关系。

二十一 重积分

(1) 掌握将重积分化为累次积分的计算方法, 并会交换积分顺序; (2) 掌握二重积分

的极坐标变换，三重积分的柱坐标、球坐标、广义球坐标变换，掌握一些简单的一般变换，以达到简化重积分计算的目的；(3) 能正确地使用对称性；正确地处理被积函数中含有绝对值符号及一般分段函数的重积分计算；(4) 能用重积分计算平面图形的面积，空间立体的体积、物体的质量、重心、转动惯量等。(5) 了解 重积分。

二十二 曲面积分

(1) 掌握第一型曲面积分的概念、几何意义和计算；(2) 理解曲面的侧，熟练掌握第二型曲面积分的定义、物理意义和计算，了解两类曲面积分的联系 (3) 掌握 Gauss 公式与 Stokes 公式；(4) 了解场论初步。