

## 825-线性代数与常微分方程

### 一、考查目标

线性代数与常微分方程是为招收理学数学学院各专业硕士研究生而设置的具有选拔功能的考试科目。其目的是科学、公平、有效地测试考生是否具备攻读数学专业硕士所必须的基本素质、一般能力和培养潜能，以利用选拔具有发展潜力的优秀人才入学，它的主要目的是测试考生对线性代数及常微分方程内容的掌握程度和应用相关知识解决问题的能力。要求考生比较系统地理解线性代数及常微分方程的基本概念和基本理论，掌握线性代数及常微分方程理论的基本方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

### 二、考试形式和试卷结构

#### 1. 试卷满分及考试时间

试卷满分为 150 分，考试时间 180 分钟。

#### 2. 答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

#### 3. 题型结构

题型为计算题及证明题。

### 三、考查内容及要求

#### I. 常微分方程

#### 1. 微分方程的一些基本概念

##### (1) 考试内容

- 1) 常微分方程
- 2) 阶数
- 3) 线性与非线性
- 4) 解、隐式解、通解、特解

##### (2) 考试要求

- 1) 了解微分方程与客观世界中某些实际问题的关系
- 2) 掌握微分方程中线性与非线性、通解与特解等基本概念
- 3) 了解一阶方程及其解的几何意义

#### 2. 一阶微分方程的初等解法

##### (1) 考试内容

- 1) 变量分离方程，齐次方程及可化为变量分离的方程

- 2) 线性方程，贝努利方程
- 3) 恰当方程的概念，充要条件，恰当方程的通解。积分因子的概念及其求法
- 4) 一阶隐式方程（四种类型方程）的解法
- (2) 考试要求
  - 1) 能正确的识别一阶方程的类型
  - 2) 掌握变量分离方程、齐次方程及可化为变量分离方程的解法。
  - 3) 掌握一阶线性方程、贝努利方程的解法
  - 4) 掌握恰当方程的解法及求积分因子的基本方法
  - 5) 掌握一阶隐式方程的解法
3. 一阶微分方程的存在定理
  - (1) 考试内容
    - 1) 一阶微分方程解的存在唯一性定理 求近似解及误差估计
    - 2) 有界及无界区域中解的延拓定理
    - 3) 解对初值的连续依赖和可微性定理
    - 4) 奇解概念、求法及克莱罗方程
  - (2) 考试要求
    - 1) 理解和掌握存在唯一性定理及其证明
    - 2) 会求方程的近似解并估计其误差
    - 3) 了解解的延拓定理
    - 4) 了解解对初值的连续依赖定理和解对初值可微性定理
    - 5) 理解奇解的概念并会求方程的奇解
    - 6) 掌握克莱罗方程的解法
4. 高阶微分方程
  - (1) 考试内容
    - 1) 齐线性方程解的性质和结构
    - 2) 非齐线性方程通解的结构和常数变易法
    - 3) 常系数齐次线性方程通解的求法，
    - 4) 常系数非齐次方程特解的求法
    - 5) 高阶方程的降阶
  - (2) 考试要求
    - 1) 掌握齐次线性方程解的性质和通解的结构
    - 2) 熟练地求解常系数齐次及非齐次线性方程
    - 3) 会用降价法求高阶方程的解
5. 线性微分方程组

(1) 考试内容

- 1) 一阶线性方程组的存在唯一性定理
- 2) 线性方程组的一般理论
- 3) 常系数线性方程组的标准基解矩阵
- 4) 基解矩阵的计算

(2) 考试要求

- 1) 理解一阶线性方程组的存在唯一性定理
- 2) 理解线性方程组解的性质
- 3) 掌握线性方程组通解的结构，会用常数变易法求非齐线性方程组的一个解向量
- 4) 会求常系数线性方程组的基解矩阵

## II. 线性代数

### 1. 行列式

(1) 考试内容

- 1) 行列式的定义、基本性质
- 2) 行列式的计算
- 3) 行列式按行（列）展开

(2) 考试要求

- 1) 理解行列式的概念，会用行列式的性质计算行列式
- 2) 会用克莱姆法则求解线性方程组
- 3) 掌握行列式按行（列）展开的应用

### 2. 线性方程组

(1) 考试内容

- 1) 线性相关（无关）性，向量组的秩
- 2) 矩阵的秩
- 3) 齐次线性方程组的基础解系，通解
- 4) 非齐次线性方程组有解的充要条件、解的结构与通解

(2) 考试要求

- 1) 会讨论向量组的线性相关（无关）性，会计算矩阵的秩
- 2) 会计算齐次线性方程组的基础解系，通解
- 3) 掌握非齐次线性方程组有解的充要条件、会计算其通解
- 4) 掌握齐次线性方程组的基础解系和矩阵秩的联系

### 3. 矩阵

(1) 考试内容

- 1) 矩阵的运算和性质, 矩阵的逆
  - 2) 初等变换和初等矩阵
  - 3) 乘积矩阵的秩和行列式
  - 4) 分块矩阵的应用
- (2) 考试要求
- 1) 理解和掌握矩阵的运算和性质
  - 2) 会求矩阵的逆
  - 3) 掌握初等变换和初等矩阵的联系
  - 4) 掌握分块矩阵的应用
4. 二次型
- (1) 考试内容
- 1) 二次型的标准型, 矩阵的合同关系
  - 2) 惯性定理
  - 3) 正定矩阵和正定二次型
  - 4) 半正定矩阵和半正定二次型
- (2) 考试要求
- 1) 掌握二次型的标准型的求法
  - 2) 掌握惯性定理及其应用
  - 3) 熟练掌握正定矩阵和正定二次型
  - 4) 了解半正定矩阵和半正定二次型
5. 线性空间
- (1) 考试内容
- 1) 线性空间的基本概念、基和维数
  - 2) 线性空间的子空间、子空间的运算, 维数公式
  - 3) 线性空间的直和分解和线性空间的同构
- (2) 考试要求
- 1) 掌握线性空间的基本概念、基和维数
  - 2) 掌握子空间的运算, 维数公式
  - 3) 掌握线性空间的直和分解
6. 线性变换
- (1) 考试内容
- 1) 线性变换与矩阵
  - 2) 特征值和特征向量, 不变子空间
  - 3) 矩阵的特征多项式和最小多项式

4) 可对角化的矩阵

(2) 考试要求

- 1) 掌握线性变换和矩阵之间的对应关系
- 2) 掌握特征值和特征向量的计算
- 3) 掌握矩阵可对角化的等价条件
- 4) 了解线性空间相对于一个线性变换的直和分解及其应用

## 7. $\lambda$ -矩阵

(1) 考试内容

- 1) 多项式矩阵的运算和等价, 多项式矩阵的带余除法
- 2) 数字矩阵的相似等价条件
- 3) 行列式因子、不变因子、初等因子
- 4) 矩阵的若当标准型和有理标准型

(2) 考试要求

- 1) 掌握矩阵的相似等价条件
- 2) 掌握初等因子的计算, 会计算矩阵的若当标准型
- 3) 掌握矩阵的最小多项式与不变因子的关系
- 4) 了解矩阵的有理标准型

## 8. 欧式空间

(1) 考试内容

- 1) 欧式空间的基本概念、内积的性质
- 2) 标准正交基, 正交变换与正交矩阵, 对称变换与对称矩阵
- 3) 实对称矩阵的特征值、特征向量
- 4) 实二次型的主轴问题

(2) 考试要求

- 1) 掌握欧式空间的基本概念、内积的性质
- 2) 掌握实对称矩阵的相似标准型
- 3) 掌握正交矩阵的性质
- 4) 了解欧式空间关于子空间的直和分解