

江西师范大学硕士研究生入学考试初试科目
考试大纲

科目代码、名称: 849 量子力学

适用专业: 070201 理论物理、070205 凝聚态物理、070207 光学

一、考试形式与试卷结构

(一) 试卷满分及考试时间

本试卷满分为 150 分, 考试时间为 180 分钟。

(二) 答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

试卷由试题和答题纸组成; 答案必须写在答题纸相应的位置上。

(三) 试卷题型结构

名词解释题(概念题): 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分

简答题(简述题): 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分

分析论述题(综合题): 6-7 小题, 每小题 10-20 分, 共 100 分

二、考查目标(复习要求)

全日制攻读硕士学位研究生入学考试《量子力学》科目考试的重点是要求了解量子力学诞生的实验基础和历史背景, 了解物质具有波粒二象性的主要实验事实。熟练掌握波函数的物理解释, 薛定谔方程的建立及基本性质。熟练掌握一些典型模型下的定态薛定谔方程的精确解以及一些重要的近似求解方法(定态微扰论与变分法), 理解这些解的物理意义, 熟悉其实际的应用。掌握量子力学中一些问题的处理方法, 包括力学量的算符表示、对易关系、不确定度关系、态和力学量的表象、电子的自旋、粒子的全同性、泡利原理、量子跃迁等处理方法等, 并具有综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

三、考查范围或考试内容概要

第一章 波函数和薛定谔方程

重点: 波粒二象性, 量子现象的实验主要证实。波函数及其统计解释, 薛定谔方程, 连续性方程, 薛定谔方程的定态解, 态叠加原理。

1. 了解波粒二象性假设的物理意义及其主要实验事实,
2. 熟练掌握波函数的标准化条件: 有限性、连续性和单值性。深入理解波函数的概率解释。
3. 理解态叠加原理。
4. 熟练掌握薛定谔方程的建立过程。深入了解定态薛定谔方程, 了解定态与非定态波函数的意义及相互关系。了解连续性方程的推导及其物理意义。

第二章 一维势场中的粒子

重点: 一维势场中粒子能量本征态的一般性质, 一维方势阱的束缚态, 方势垒的穿透, 方势阱中的反射、透射与共振, 一维简谐振子。

1. 熟练掌握一维薛定谔方程边界条件的确定和处理方法。
2. 熟练掌握一维无限深方势阱的求解方法及其物理讨论, 掌握一维有限深方势阱束缚态问题的求解方法。
3. 熟练掌握势垒贯穿的求解方法及隧道效应的解释。掌握一维有限深方势阱的反射、透射的处理方法及共振现象的发生。

4. 熟练掌握一维谐振子的能谱及其定态波函数的一般特点及其应用。

第三章 力学量用算符表示

重点：坐标及坐标函数的平均值，动量算符及动量值的分布概率，算符的运算规则及其一般性质，厄米算符的本征值与本征函数，共同本征函数，不确定度关系，角动量算符。连续本征函数的归一化，力学量的完全集。力学量平均值随时间的演化，量子力学的守恒量。

1. 掌握算符的本征值和本征方程的基本概念。
2. 熟练掌握厄米算符的基本性质及相关的定理。
3. 熟练掌握坐标算符、动量算符以及角动量算符，包括定义式、相关的对易关系及本征值和本征函数。
4. 熟练掌握力学量取值的概率及平均值的计算方法。理解两个力学量同时具有确定值的条件和共同本征函数。
5. 熟练掌握不确定度关系的形式、物理意义及其一些简单的应用。
6. 理解力学量平均值随时间变化的规律。掌握如何根据哈密顿算符来判断量子体系的守恒量。

第四章 中心力场

重点：两体问题化为单体问题，球对称势和径向方程，三维各向同性谐振子，氢原子及类氢离子。

1. 熟练掌握两体问题化为单体问题及分离变量法求解三维库仑势问题。
2. 熟练掌握氢原子和类氢离子的能谱、基态波函数以及相关的物理量的计算。
3. 了解三维各向同性谐振子的基本处理方法。

第五章 量子力学的矩阵表示与表象变换

重点：态和算符的矩阵表示，表象变换，狄拉克符号，谐振子的粒子数表象。

1. 理解力学量所对应的算符在具体表象中的矩阵表示。
2. 理解表象之间幺正变换的意义和基本性质。
3. 掌握量子力学公式的矩阵形式及求解本征值、本征矢的矩阵方法。
4. 掌握狄拉克符号的意义及基本应用。
5. 熟练掌握一维简谐振子的代数解法和占有数表象。

第六章 自旋

重点：电子自旋态与自旋算符，总角动量的本征态，碱金属原子光谱的双线结构与反常塞曼效应，电磁场中的薛定谔方程，自旋单态与三重态，光谱线的精细和超精细结构。

1. 理解斯特恩-盖拉赫实验。电子自旋回转磁比率与轨道回转磁比率。
2. 熟练掌握自旋算符的对易关系和自旋算符的矩阵形式(泡利矩阵)、与自旋相联系的测量值、概率和平均值等的计算以及其本征值方程和本征矢的求解方法。
3. 了解电磁场中的薛定谔方程和简单塞曼效应的物理机制。
4. 了解自旋-轨道耦合的概念、总角动量本征态的求解及碱金属原子光谱的精细和超精细结构。
5. 熟练掌握自旋单态与三重态求解方法及物理意义，了解自旋纠缠态概念。

第七章 定态问题的近似方法

重点：定态非简并微扰论，定态简并微扰论，变分法。

1. 了解定态微扰论的适用范围和条件，
2. 掌握非简并的定态微扰论中波函数一级修正和能级一级、二级修正的计算。
3. 掌握简并微扰论零级波函数的确定和一级能量修正的计算。
4. 掌握变分法的基本应用。

第八章 量子跃迁

重点：量子态随时间的演化，突发微扰与绝热微扰，周期微扰和有限时间内的常微扰。

1. 了解量子态随时间演化的基本处理方法。掌握量子跃迁的基本概念。
2. 了解突发微扰、绝热微扰及周期微扰和有限时间内的常微扰的跃迁概率计算方法。
3. 了解光的吸收与辐射的半经典理论，特别是选择定则的定义及其作用。
4. 了解氢原子一级斯塔克效应及其解释。

四、参考教材或主要参考书：

1. 《量子力学教程》 曾谨言著（科学出版社 2007 年第 2 版）。
2. 《量子力学教程》 周世勋 著（高等教育出版社 2009 年第 2 版）。

五、样卷

（一）名词解释题（每小题 10 分）

1. 康普顿效应
2. 隧道效应

（二）简答题（每小题 10 分）

1. 何谓微观粒子的波粒二象性？
2. 物理上可观测量应该对应什么样的算符？为什么？
3. 力学量具有确定值，是不是说该力学量就是守恒量？

（三）分析论述题（综合题）

1. （15 分）已知做一维直线运动的粒子处于状态

$$\psi(x) = \frac{1}{1-ix}$$

- (1) 将 $\psi(x)$ 归一化；
- (2) 求出粒子坐标取值概率为最大处的位置。

2. （15 分）质量为 m 的粒子在阱宽为 a 的非对称一维无限深方势阱中运动，当 $t=0$ 时，粒子处于如下状态

$$\psi(x,0) = \frac{1}{2}\varphi_1(x) - \frac{1}{4}\varphi_2(x) + \frac{1}{4}\varphi_3(x)$$

- (1) 求 $t=0$ 时的能量的取值概率；

- (2) 求 $t > 0$ 时的波函数 $\psi(x, t)$;
 (3) 求 $t > 0$ 时的能量的取值概率。

3. (15 分) 设体系的哈密顿算符为

$$\hat{H} = \frac{1}{2I_1} (\hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2) + \frac{1}{2I_2} \hat{L}_z^2$$

利用适当的变换求出体系的能量本征值与相应的本征矢。

4. (15 分) 在 \hat{L}^2 与 \hat{L}_z 的共同表象中, 当 $l=1$ 时, 给出算符 \hat{L}_y 的矩阵形式, 进而求出算符 \hat{L}_y 的本征值和归一化的本征矢。

5. (20 分) Pauli 算符为

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

给定 $(\theta \ \phi)$ 方向单位矢量

$$\vec{n} = (\sin \theta \cos \phi \quad \sin \theta \sin \phi \quad \cos \theta)$$

证明

$$e^{i\lambda\sigma_n} = \cos \lambda + i\sigma_n \sin \lambda$$

6. (20 分) 已知一个量子体系的哈密顿算符为 $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$, 式中 $\hat{H}' = i\lambda[\hat{A}, \hat{H}_0]$ 可视为微扰, 且有 $\hat{C} = i[\hat{B}, \hat{A}]$, 算符 \hat{A} 、 \hat{B} 是厄米算符,

- (1) 若算符 \hat{A} 、 \hat{B} 、 \hat{C} 在 \hat{H}_0 的非简并基态上的平均值已知, 且分别记为 A_0 、 B_0 、 C_0 , 求 \hat{B} 在微扰后的非简并基态上的平均值, 准确到 λ 量级。
 (2) 将上述结果用在如下问题上, 其中

$$\hat{H}_0 = \sum_{k=1}^3 \left(\frac{1}{2m} \hat{p}_k^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 \hat{x}_k^2 \right), \quad \hat{H}' = \lambda \hat{x}_3$$

计算在微扰后的非简并基态上 \hat{x}_k ($k=1,2,3$) 的平均值, 准确到 λ 量级。

