# 江西师范大学硕士研究生入学考试初试科目
# 考 试 大 纲

科目代码、名称: 721 数学分析

适用专业: 070101 基础数学、070102 计算数学、070103 概率论与数理统计、070104 应用数学、070105 运筹学与控制论、071400 统计学

## 一、考试形式与试卷结构

### （一）试卷满分 及 考试时间

本试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

### （二）答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

试卷由试题和答题纸组成；答案必须写在答题纸相应的位置上。

### （三）试卷题型结构

填空题：5 小题，每小题 6 分，共 30 分

计算题：3 小题，每小题 10 分，共 30 分

综合题：6 小题，每小题 15 分，共 90 分

## 二、考查目标（复习要求）

全日制攻读硕士学位研究生入学考试数学分析科目考试内容为一元微积分和多元微积分，要求考生系统掌握数学分析的基本知识、基础理论和基本方法，并能运用数学分析理论和方法分析、解决一些实际问题。

## 三、考查范围或考试内容概要

### 第一章 极限理论

1. 数列极限及其性质。
2. 一元函数极限及其性质。
3. 一元函数的连续性和一致连续性。

### 第二章 一元函数的导数和微分

1. 导数的概念、求导法则、高阶导数。
2. 微分的概念、运算法则、高阶微分。
3. 微分中值定理及其应用。

### 第三章 实数的完备性

1. 实数完备性的六个基本定理的内容和定理之间的等价性。
2. 闭区间上连续函数性质的证明。

### 第四章 一元函数的积分理论

1. 原函数和不定积分。

2．定积分的概念和可积理论。

3．定积分的性质及应用。

4．微积分基本定理、换元法和分部积分法。

**第五章　级数理论**

1．数项级数的收敛性。

2．函数列和函数项级数的收敛及一致收敛性。

3．一致收敛的函数列及函数项级数的性质。

4．幂级数和傅里叶级数。

**第六章　多元函数的微分学**

1．多元函数的极限和连续性。

2．多元函数的微分。

3．多元函数的泰勒公式和极值。

**第七章　隐函数定理及其应用**

1．隐函数定理。

2．隐函数组定理。

3．条件极值。

**第八章　多元函数的积分学**

1．第一型曲线积分和第二型曲线积分。

2．重积分的概念、计算和格林公式。

3．第一型曲面积分和第二型曲面积分。

4．高斯公式和斯托克斯公式。

**第九章　反常积分和含参量积分**

1．反常积分的概念及收敛性的判别。

2．含参量正常积分。

3．含参量反常积分和欧拉积分。

**参考教材或主要参考书：**

1．华东师范大学数学系编：《数学分析》（上、下），高等教育出版社，第三版

**四、样卷**

一、填空题：（每小题 6 分，共 30 分）

1、设 $p_1, p_2, \cdots, p_l, a_1, a_2, \cdots a_l$ 是任意正数，则 $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{p_1a_1^n + p_2a_2^n + \cdots + p_la_l^n} =$ _________

2、设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续且可导，则对区间 $(a,b)$ 内的每一点 $\xi$，均能找到两点

$x_1,x_2,x_1<\xi<x_2$，使得 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=f'(\xi)$，该命题是否正确，

简单说明理由______

3、设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，且对任意非负整数 $n$，均有 $\int_a^b f(x)x^n dx=0$，

则 $f(x)=$______

4、极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^2+1)(n^2+2)\cdots(n^2+n)}{(n^2-1)(n^2-2)\cdots(n^2-n)}=$______

5、在条件 $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^2+y^2+z^2=1 \end{cases}$ 下, 函数 $u=xyz$ 的最大值与最小值为：______

一、计算题:（每小题 10 分，共 30 分）

1、求积分 $\int_{\frac{1}{2}}^{2}(1+x-\frac{1}{x})e^{x+\frac{1}{x}}dx$

2、在收敛区间上求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n(n+1)x^n$ 的和函数

3、求 $I=\iint\limits_S \dfrac{xdydz+ydzdx+zdxdy}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$ ,其中 $S$ 为上半球面 $x^2+y^2+z^2=a^2(z\geq 0)$ 的内侧

三、（15 分）试证明：数集 $\left\{n!e-[n!e] \middle| n\in N^+\right\}$ 的唯一聚点为零

四、（15 分）设函数 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内可导，且 $f'(x)$ 有界，试证明：$\lim\limits_{n\to\infty}f(\dfrac{1}{n})$ 存在

五、（15 分）设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积，求证：$f(x)$ 在 $(a,b)$ 内至少有一个连续点

六、（15 分）设 $f(x)>0,x\in[a,b]$，且 $f(x)$ 与 $\dfrac{1}{f(x)}$ 在 $[a,b]$ 上均可积，求证：

$$(\int_a^b f(x)dx)(\int_a^b \frac{dx}{f(x)})\geq(b-a)^2$$

七、（15 分）设函数 $f(x)$ 在点 $x_0$ 的某空心右邻域 $U_+^\circ(x_0)$ 内有定义，求证：

$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=A$ 的充要条件是：对任意以 $x_0$ 为极限的递减数列 $\{x_n\}\subset U_+^\circ(x_0)$，

有 $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n)=A$

八、（15 分）设 $D$ 为 $R^2$ 中的有界闭集，映射 $f:D\to D$ 满足：$\forall x,y\in D, x\neq y$ 有

$|f(x)-f(y)|<|x-y|$，求证：存在唯一的 $x^*\in D$，使的 $f(x^*)=x^*$