

《高等数学》考试大纲

考试形式和试卷结构

一、试卷满分及考试时间

试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

二、答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

三、试卷题型结构

单项选择题

填空题

解答题（包括证明题）

一、函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立

数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限与右极限 无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限：

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，并会建立应用问题的函数关系。
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。
5. 理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左极限、右极限之间的关系。
6. 掌握极限的性质及四则运算法则。
7. 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。
8. 理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的比较方法，会用等价无穷小量求极限。
9. 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型。
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

二、一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性 微分中值定理 洛必达 (L'Hospital) 法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数的最大值与最小值 弧微分 曲率的概念 曲率圆与曲率半径

考试要求

1. 理解导数和微分的概念, 理解导数与微分的关系, 理解导数的几何意义, 会求平面曲线的切线方程和法线方程, 了解导数的物理意义, 会用导数描述一些物理量, 理解函数的可导性与连续性之间的关系。

2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则, 掌握基本初等函数的导数公式。了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性, 会求函数的微分。

3. 了解高阶导数的概念, 会求简单函数的高阶导数。

4. 会求分段函数的导数, 会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数。

5. 理解并会用罗尔 (Rolle) 定理、拉格朗日 (Lagrange) 中值定理和泰勒 (Taylor) 定理, 了解并会用柯西 (Cauchy) 中值定理。

6. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法。

7. 理解函数的极值概念, 掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法, 掌握函数最大值和最小值的求法及其应用。

8. 会用导数判断函数图形的凹凸性(注: 在区间 (a, b) 内, 设函数 $f(x)$ 具有二阶导数。当 $f''(x) > 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凹的; 当 $f''(x) < 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凸的), 会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线, 会描绘函数的图形。

9. 了解曲率、曲率圆与曲率半径的概念, 会计算曲率和曲率半径。

三、一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿-莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 反常(广义)积分 定积分的应用

考试要求

1. 理解原函数的概念, 理解不定积分和定积分的概念。

2. 掌握不定积分的基本公式, 掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理, 掌握换元积分法与分部积分法。

3. 会求有理函数、三角函数有理式和简单无理函数的积分。

4. 理解积分上限的函数, 会求它的导数, 掌握牛顿-莱布尼茨公式。

5. 了解反常积分的概念，会计算反常积分。

6. 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量（平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力、质心、形心等）及函数平均值。

四、多元函数微积分学

考试内容

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上二元连续函数的性质 多元函数的偏导数和全微分 多元复合函数、隐函数的求导法 二阶偏导数 多元函数的极值和条件极值、最大值和最小值 二重积分的概念、基本性质和计算

考试要求

1. 了解多元函数的概念，了解二元函数的几何意义。
2. 了解二元函数的极限与连续的概念，了解有界闭区域上二元连续函数的性质。
3. 了解多元函数偏导数与全微分的概念，会求多元复合函数一阶、二阶偏导数，会求全微分，了解隐函数存在定理，会求多元隐函数的偏导数。
4. 了解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的应用问题。

5. 了解二重积分的概念与基本性质，掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）。

五、常微分方程

考试内容

常微分方程的基本概念 变量可分离的微分方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 可降阶的高阶微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程 高于二阶的某些常系数齐次线性微分方程 简单的二阶常系数非齐次线性微分方程 微分方程的简单应用

考试要求

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的解法，会解齐次微分方程。
3. 会用降阶法解下列形式的微分方程： $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$ 和 $y'' = f(y, y')$ 。
4. 理解二阶线性微分方程解的性质及解的结构定理。
5. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法，并会解某些高于二阶的常系数齐次线性微分方程。
6. 会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程。
7. 会用微分方程解决一些简单的应用问题。