

《数学分析》课程考试大纲

一、试卷满分及考试时间

试卷满分 150 分，考试时间 3 小时

二、试题题型结构

计算题，证明题

三、主要参考书

《数学分析》，华东师范大学数学系编，高等教育出版社，第三版

四、试卷考查内容比例

1. 实数集与函数，数列极限，函数极限，函数的连续性. (10%)
2. 导数与微分，微分学基本定理与不定式极限，运用导数研究函数性质. (15%)
3. 不定积分，定积分，定积分的应用. (15%)
4. 数项级数，函数列与函数项级数，幂级数，付里叶级数. (15%)
5. 多元函数的极限与连续，多元函数的微分学. (15%)
6. 隐函数定理及其应用. (10%)
7. 重积分，含参量非正常积分. (10%)
8. 曲线积分与曲面积分. (10%)

五、考查内容

(一) 实数集与函数

- ① 理解实数的有序性、阿基米德性、稠密性，掌握绝对值及不等式.
- ② 理解确界概念，掌握确界原理.
- ③ 理解函数的概念，掌握函数的表示方法.
- ④ 了解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性.
- ⑤ 理解复合函数、分段函数和反函数概念.
- ⑥ 了解基本初等函数的性质及其图形.
- ⑦ 会建立简单应用问题中的函数关系式.

(二) 数列极限

- ① 理解极限概念.
- ② 掌握极限性质及四则运算法则.
- ③ 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用重要极限求极限的方法.

(三) 函数极限

① 理解函数极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念，以及极限存在与左、右极限之间的关系.

② 掌握极限的性质及四则运算法则

③ 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法.

- ④理解无穷小、无穷大的概念,掌握无穷小的比较方法,会用等价无穷小求极限.

(四) 函数的连续性

- ①理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判断函数间断点的类型.

②掌握连续函数的性质和初等函数的连续性,掌握闭区间上连续函数的性质:有界性,最大值和最小值定理,介值定理,并会应用这些性质.

- ③理解一致连续性概念,掌握一致连续性定理.

(五) 导数与微分

①理解导数和微分的概念,理解导数与微分的关系,理解导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,了解导数的物理意义,会用导数描述一些物理量,理解函数的可导性与连续性之间的关系.

②掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,掌握基本初等函数的导数公式,理解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性,会求函数的微分,了解微分在近似计算中的应用.

- ③理解高阶导数的概念,会求简单函数的 n 阶导数.

- ④会求分段函数的一阶、二阶导数.

- ⑤会求由参数方程所确定的函数的一阶、二阶导数,会求反函数的导数

(六) 微分学基本定理与不定式极限

- ①理解并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理和泰勒定理.

- ②理解并会用柯西中值定理.

- ③掌握用洛必达法则求不定式极限的方法.

(七) 运用导数研究函数性质

①理解函数的极值概念,掌握用导数判断函数的单调性区间和求函数极值的方法,掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用.

②会用导数判断函数图形的凹凸性和拐点,会求函数图形的水平、垂直和斜渐近线,会描绘函数的图形.

(八) 极限与连续性(续)

- ①掌握实数完备性定理及其关系,能较好地运用完备性定理证明有关问题.

- ②理解闭区间上连续函数性质的证明.

- ③理解上极限、下极限概念.

(九) 不定积分

- ①理解原函数概念,理解不定积分的概念.

- ②掌握不定积分的基本公式,掌握不定积分的性质,掌握换元积分法与分部积分法.

- ③会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分.

(十) 定积分

- ①理解定积分的概念.

- ②掌握定积分的性质及定积分中值定理,掌握定积分的换元积分法和分部积分法.

- ③理解变上限定积分定义的函数,会求它的导数,掌握牛顿—莱布尼兹公式.

- ④了解非正常积分的概念,并会计算非正常积分,会判别非正常积分的敛散性,

(十一) 定积分的应用

掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量: 平面图形的面积, 平面曲线的弧长, 旋转体的体积及侧面积, 变力做功, 重心等.

(十二) 数项级数

①理解数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念, 掌握级数的基本性质及收敛的必要条件.

②掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件.

③掌握正项级数的比较判别法和比值判别法, 会用根值判别法.

④掌握交错级数的莱布尼兹判别法.

⑤了解任意项级数绝对收敛和条件收敛的概念, 以及绝对收敛和条件收敛的关系.

(十三) 函数列与函数项级数

①理解函数列的收敛域与极限函数的概念及一致收敛概念.

②理解函数项级数的收敛域与和函数的概念, 及一致收敛概念.

③会使用判别法判别一致收敛性.

④会使用一致收敛性研究函数列和函数项级数的连续性, 可微性, 可积性.

(十四) 幂级数

①掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法.

②理解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质(和函数的连续性, 逐项积分和逐项微分), 会求一些幂级数在收敛区间内的和函数, 并会由此求出某些数项级数的和.

③理解函数展开为泰勒级数的充分必要条件.

④掌握 e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, 和 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林展开式, 会用它们将一些简单函数间接展开为幂级数.

(十五) 付里叶级数

①理解付里叶级数的概念, 和函数展开为付里叶级数的狄利克雷定理.

②会将定义在 $[-1,1]$ 上的函数展开为付里叶级数, 会将定义在 $[0,1]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数, 会写出付里叶级数的和的表达式

(十六) 多元函数的极限与连续

①理解多元函数的概念, 理解二元函数的几何意义.

②理解二元函数的极限与连续性的概念, 以及有界闭区域上连续函数的性质.

③了解重极限与累次极限之间的关系.

(十七) 多元函数的微分学

①理解多元函数偏导数和全微分的概念, 会求全微分. 了解全微分存在的必要条件和充分条件.

②理解方向导数与梯度的概念, 并掌握其计算方法.

③掌握多元复合函数偏导数的求法.

④掌握曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念, 会求它们的方程.

⑤掌握二元函数的泰勒公式.

⑥理解多元函数极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件. 了解多元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值, 并会解决一些

简单的应用问题.

(十八) 隐函数定理及其应用

- ①理解隐函数, 隐函数组概念.
- ②了解隐函数, 隐函数组, 反函数组存在定理.
- ③会求隐函数(包括由方程组确定的隐函数)的偏导数.
- ④会求曲线的切线和法平面, 曲面的切平面和法线的方程.
- ⑤理解多元函数条件极值的概念, 会用拉格朗日乘数法求条件极值.

(十九) 重积分

- ①理解二重积分、三重积分的概念, 了解重积分的性质, 了解二重积分的中值定理, 了解含参量正常积分的性质.
- ②掌握二重积分(直角坐标, 极坐标)的计算方法, 掌握三重积分(直角坐标, 极坐标, 球面坐标)的计算方法.
- ③会用重积分解决一些实际应用问题.

(二十) 重积分(续)与含参量非正常积分

- ①进一步理解二重积分定义, 可积条件, 可求面积等问题. 了解变量替换定理的证明.
- ②掌握含参量非正常积分的一致收敛概念及判别法, 并能用它来研究含参量非正常积分的连续性、可微性、可积性.

(二十一) 曲线积分与曲面积分

- ①理解两类曲线积分和两类曲面积分的概念. 了解它们的性质及两类曲线积分的关系, 两类曲面积分的关系.
- ②掌握两类曲线积分的计算方法, 两类曲面积分的计算方法.
- ③掌握格林公式, 并会运用平面曲线积分与路径无关的条件, 会求全微分的原函数.
- ④掌握高斯公式、斯托克斯公式, 会用高斯公式计算曲面积分.
- ⑤了解散度与旋度的概念, 并会计算.