

《高等数学》考试大纲

一、试卷满分及考试时间

试卷满分：150 分；考试时间：180 分钟。

二、试题题型结构

填空题；选择题；解答题（包括证明）。

三、主要参考书

同济大学编：《高等数学》（第 6 版），高等教育出版社，2007 年版。

四、考查内容

（一）、函数、极限、连续

1. 理解函数的概念及函数奇偶性、单调性、周期性、有界性。
2. 理解复合函数和反函数的概念。
3. 熟悉基本初等函数的性质及其图形。
4. 会建立简单实际问题中的函数关系式。
5. 理解极限的概念，掌握极限四则运算法则及换元法则。
6. 理解子数列的概念，掌握数列的极限与其子数列的极限之间的关系。
7. 理解极限存在的夹逼准则，了解实数域的完备性（确界原理、单界有界数列必有极限的原理，柯西 (Cauchy)，审敛原理、区间套定理、致密性定理）。会用两个重要极限求极限。
8. 理解无穷小、无穷大、以及无穷小的阶的概念。会用等价无穷小求极限。
9. 理解函数在一点连续和在一个区间上连续的概念，了解间断点的概念，并会判别间断点的类型。
10. 了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质（介值定理，最大最小值定理，一致连续性）。

（二）、一元函数微分学

1. 理解导数和微分的概念，理解导数的几何意义及函数的可导性与连续性之间的关系。会用导数描述一些物理量。
2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法，掌握基本初等函数、双曲函数的导数公式。了解微分的四则运算法则和一阶微分形式不变性。
3. 了解高阶导数的概念。
4. 掌握初等函数一阶、二阶导数的求法。
5. 会求隐函数和参数式所确定的函数的一阶、二阶导数。会求反函数的导数。
6. 理解罗尔 (Rolle) 定理和拉格朗日 (Lagrange) 定理，了解柯西 (Cauchy) 定理和泰勒 (Taylor) 定理。
7. 会用洛必达 (L' Hospital) 法则求不定式的极限。

8. 理解函数的极值概念, 掌握用导数判断函数的单调性和求极值的方法。会求解较简单的最大值和最小值的应用问题。

9. 会用导数判断函数图形的凹凸性, 会求拐点, 会描绘函数的图形(包括水平和铅直渐近线)。

10. 了解有向弧与弧微分的概念。了解曲率和曲率半径的概念并会计算曲率和曲率半径。

11. 了解求方程近似解的二分法和切线法。

(三)、一元函数积分学

1. 理解原函数与不定积分的概念及性质, 掌握不定积分的基本公式、换元法和分步积分法。会求简单的有理函数及三角函数有理式的积分。

2. 理解定积分的概念及性质, 了解函数可积的充分必要条件。

3. 理解变上限的积分作为其上限的函数及其求导, 掌握牛顿(Newton)莱布尼兹(Leibniz)公式。

4. 掌握定积分的换元法和分步积分法。

5. 了解广义积分的概念及广义积分的换元法和分步积分法。了解广义积分的比较审敛法和极限审敛法, 了解广义积分的绝对收敛与条件收敛的概念。

6. 了解 Γ 函数及其主要性质。

7. 了解定积分的近似算法(矩形法、梯形法、抛物线法)。

8. 掌握用定积分表达一些几何量与物理量(如面积、体积、弧长、功、引力等)的方法。

(四)、向量代数与空间解析几何

1. 会计算二阶、三阶行列式。

2. 理解空间直角坐标系。

3. 理解向量的概念及其表示, 掌握向量的运算(线性运算、数量积、向量积、混合积), 掌握两个向量垂直、平行的条件。

4. 掌握单位向量、方向余弦、向量的坐标表达式以及用坐标表达式进行向量运算的方法。

5. 掌握平面的方程和直线的方程及其求法, 会利用平面、直线的相互关系解决有关问题。

6. 理解曲面方程的概念, 了解常用二次曲面的方程及其图形, 了解以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。

7. 了解空间曲线的参数方程和一般方程。

8. 了解曲面的交线在坐标平面上的投影。

(五)、多元函数微分学

1. 理解多元函数的概念。

2. 了解二元函数的极限与连续性的概念, 以及有界闭区域上连续函数的性质。

3. 理解偏导数和全微分的概念, 了解全微分存在的必要条件和充分条件, 了解一阶全微分形式的不变性。

4. 了解方向导数与梯度的概念及其计算方法。

5. 掌握复合函数一阶偏导数的求法, 会求复合函数的二阶偏导数。
6. 会求隐函数(包括由两个方程组成的方程组确定的隐函数)的偏导数。
7. 了解曲线的切线和法平面及曲面的切平面与法线, 并会求它们的方程。
8. 理解多元函数极值与条件极值的概念, 会求多元函数的极值。了解求条件极值的拉格朗日乘数法, 会求解一些较简单的最大值和最小值的应用问题。了解最小二乘法。
9. 了解二元函数的泰勒公式。
10. 了解向量函数与矢端曲线的概念, 了解向量函数的导向量与微分的概念。

(六)、多元函数积分学

1. 理解二重积分、三重积分的概念及性质。
2. 掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标), 了解三重积分的计算方法(直角坐标、柱面坐标、球面坐标)。了解重积分的换元法。
3. 理解两类曲线积分的概念、性质及相互间关系, 掌握两类曲线积分的计算方法。
4. 掌握格林(Green)公式及平面曲线积分与路径无关的条件。
5. 理解两类曲面积分的概念、性质及相互间的关系, 会计算两类曲面积分。
6. 掌握高斯公式, 了解曲面积分与曲面形状无关的条件。
7. 了解斯托克斯(Stokes)公式。
8. 了解数量场、向量场及向量微分算子 ∇ 的概念, 了解散度、旋度的概念及其计算公式, 了解无源场、无旋场及调和场的概念。
9. 会用重积分和曲线积分以及曲面积分求一些几何量与物理量(如体积、曲面面积、弧长、质量、重心、转动惯量、引力、功、通量等)。

(七)、无穷级数

1. 理解无穷级数收敛、发散以及和函数的概念, 熟悉无穷级数基本性质及收敛的必要条件。
2. 掌握几何级数和 p -级数的收敛性。
3. 了解正项级数的比较审敛法和极限审敛法, 掌握正项级数的比值审敛法。
4. 了解交错级数的莱布尼兹定理, 会估计交错级数的截断误差。
5. 了解无穷级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系。了解绝对收敛级数的一些基本性质。
6. 理解函数项级数的收敛域及和函数的概念。了解函数项级数的一致收敛性。
7. 掌握比较简单的幂级数收敛域的求法。
8. 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质。
9. 了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件。
10. 会利用 e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ 和 $(1+x)^\mu$ 的马克劳林(Maclaurin)展开式将一些简单的函数间接展开成幂级数。
11. 了解幂级数在近似计算上的简单应用。

12. 了解函数展开为傅里叶 (Fourier) 级数的狄利克雷 (Dirichlet) 条件, 会将定义在 $(-\pi, \pi)$ 和 $(-l, l)$ 上的函数展开为傅里叶级数, 并会将定义在 $(0, l)$ 上的函数展开为正弦或余弦级数。

(八)、常微分方程

1. 了解微分方程、解、阶、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离的方程及一阶线性方程的解法。会解齐次方程和伯努利 (Bernoulli) 方程, 了解用变量代换求解方程的思想。

3. 会解全微分方程, 能观察出最简单的积分因子。

4. 会用降阶法解下列方程:

$$y^{(n)} = f(x), \quad y'' = f(x, y') \text{ 和 } y'' = f(y, y')$$

5. 了解一阶微分方程解的存在性与唯一性定理及求近似解的步骤。了解奇解的概念。

6. 理解线性微分方程解的结构, 了解常数变易法。

7. 掌握常系数齐次线性方程的解法, 会求自由项形如

$$P_n(x)e^{\lambda x} \text{ 和 } e^{\alpha x} [P_n(x)\cos \beta x + P_l(x)\sin \beta x]$$

的常系数非齐次线性方程的特解。

8. 了解常系数线性方程组及尤拉 (Euler) 方程的解法。

9. 了解幂级数解法及勒让德 (Legendre) 函数。

10. 会用微分方程解一些简单的几何问题和物理问题。