

福建师范大学硕士研究生入学考试
《数学分析》考试大纲

一、考试形式和试卷结构

1. 试卷满分及考试时间

本试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

2. 答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

3. 试卷题型结构

- (1) 填空题 40 分
- (2) 计算题 40 分
- (3) 证明题 70 分

二、考试范围

第一章 实数集与函数

- 1. 运用实数的有序性、稠密性及封闭性论证有关问题，邻域概念的理解及应用；
- 2. 实数绝对值的有关性质及几个常见不等式的应用；
- 3. 实数集确界的概念及确界原理在有关问题中的正确运用；
- 4. 函数的概念及复合函数、反函数、有界函数、单调函数和初等函数等概念理解和运用；
- 5. 基本初等函数定义、性质及图象的识记，会求初等函数定义域，分析初等函数的复合关系。

第二章 数列极限

- 1. 会用 $\varepsilon - N$ 定义证明数列极限有关问题，并会用 $\varepsilon - N$ 语言正确表述数列不以某数为极限；
- 2. 理解收敛数列的性质，极限的唯一性、保号性及不等式性质；
- 3. 会用极限的四则运算法则，迫敛性定理以及单调有界定理求收敛数列的极限；
- 4. 理解柯西准则在极限理论中的重要意义，能用该准则判定某些简单数列的敛散性。

第三章 函数极限

- 1. 能运用函数极限定义证明与函数极限有关的某些命题，会给出函数不以某定数为极限的相应表述；
- 2. 掌握函数极限基本性质：唯一性、局部保号性、不等式性质及有理运算性质；
- 3. 理解 Heine 定理及 Cauchy 准则，初步掌握运用它们证明函数极限存在的基本思路；
- 4. 识记两个重要极限，能灵活运用其求一些相关函数极限；
- 5. 理解无穷小(大)量及其阶的概念，会用无穷小量求某些函数的极限,无穷小(大)量阶的比较。

第四章 函数的连续性

- 1. 明确函数在一点连续定义的几种等价叙述；
- 2. 会熟练准确地求出一般初等函数或分段函数的间断点并判别其类型；

3. 理解连续函数的性质，并能在相关问题的讨论中正确运用这些重要性质；
4. 深刻理解初等函数的连续性，应用连续性求极限；
5. 掌握闭区间上连续函数的性质，理解其几何意义，并能在各种有关具体问题中加以运用；
6. 理解一致连续的概念，能认识到函数在区间上连续与一致连续两者之间的联系与区别。

第五章 导数与微分

1. 利用定义法求函数在一点的导数；导数与导函数的联系与区别，可导的充要条件，可导与连续的关系，求曲线上一点处的切线方程，用导数概念解决相关变化率的实际应用问题；
2. 熟记各类基本初等函数导数公式，综合运用求导的法则和方法熟练计算初等函数的导数；
3. 理解函数微分的概念，用定义求简单函数的微分，运用基本公式和微分法则求初等函数的微分；
4. 导数与微分的联系，增量与微分的关系，用微分作近似计算；
5. 理解高阶导数与高阶微分概念，明确二者的联系，会求高阶导数与高阶微分，理解一阶微分形式的不变性并用其求复合函数的微分。

第六章 微分中值定理及应用

1. 利用中值定理证明有关函数微分学的命题；
2. 用洛比塔法则求不定式的极限；
3. 讨论函数及曲线性态，用导数作函数图象；
4. 求解有关最大(小)值的应用问题；
5. 用中值定理及单调性证明不等式，方程根的存在个数及分布讨论。

第七章 实数的完备性

1. 区间套、聚点、确界、覆盖、子列及一致连续等概念的理解；求点集的聚点、确界；
2. 对实数基本定理的理解和准确表述，明确其等价性；
3. 应用闭区间上连续函数的性质讨论函数的有界性、最值性、证明方程根的存在性；
4. 函数一致连续性的判别及有关问题的证明。

第八章 不定积分

1. 原函数与不定积分的关系及其几何意义；积分与微分的关系；
2. 熟记基本积分公式，用线性运算法则求不定积分；
3. 用换元积分法和分部积分法或综合运用这几种方法求不定积分；
4. 有理函数的积分法，用适当变换求三角函数有理式、简单无理函数的积分；
5. 明确初等函数在定义区间存在原函数，但其原函数不一定是初等函数的结论。

第九章 定积分

1. 理解并掌握定积分的思想(分割、近似求和、取极限)的基础上会用定义求简单函数的定积分；
2. 明确可积的必要条件、充要条件及可积函数类；
3. 熟练地应用定积分的性质进行积分的计算，积分值的大小比较、求平均值及有关证

明;

4. 用微分学基本定理及牛顿——莱布尼兹公式进行有关积分的证明和计算; 变限积分的求导法则及应用;

5. 用换元积分法和分布积分法计算定积分。

第十章 定积分的应用

1. 用定积分解决某些几何应用问题: 平面图形面积、平面曲线的弧长、一些特殊立体的体积、旋转曲面的面积等的计算;

2. 用微元法的思想及定积分计算一些物理上的应用问题: 液体静压力、引力及功和平均功率。

第十一章 反常积分

1. 用比较法、Cauchy 法判别无穷限积分的收敛性;

2. 瑕积分中瑕点的确定及收敛性判别;

3. 收敛的反常积分的计算。

第十二章 数项级数

1. 级数敛散性的概念及收敛级数性质的理解和运用;

2. 用定义、性质及收敛的必要条件判别级数的敛散性;

3. 用比较法、比式法、根式法、积分法判别正项级数敛散性;

4. 用莱布尼兹判别法判断交错级数的敛散性;

5. 用 Abel 及 Dirichlet 判别法判断某些级数的敛散性。

第十三章 函数列与函数项级数

1. 函数列或函数项级数一致收敛的概念和性质的理解与掌握;

2. 函数项级数一致收敛性的判别;

3. 掌握一致收敛的函数列与函数项级数表示的函数的连续性、可积性、可微性, 并用这些性质去解决有关问题。

第十四章 幂级数

1. 求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域;

2. 熟记几个常用初等函数的幂级数展开式, 并利用其将某些初等函数展开成幂级数;

3. 用幂级数的性质及逐项求导和逐项积分求某些幂级数的和函数;

4. 明确函数幂级数展开的条件及求函数幂级数展开式的一般步骤。

第十五章 傅里叶级数

1. 熟练地将以 2π 为周期的函数展成 Fourier 级数, 并应用收敛定理求级数在指定点的和;

2. 将 2π 为周期的函数展成 Fourier 级数, 会求函数的正弦级数和余弦级数;

3. 准确表述收敛性定理, 知道其证明主要思路。

第十六章 多元函数的极限与连续

1. 理解平面点集的有关概念, 求函数的定义域并绘图表示;

2. 理解并掌握二元函数极限概念, 明确重极限与累次极限的关系, 能借助累次极限解

决极限有关问题；说明二元函数极限不存在的常用方法的应用；

3. 理解二元函数连续的概念，会利用连续性求初等函数的极限，掌握有界闭域上连续函数的性质。

第十七章 多元函数微分学

1. 深刻理解全微分和偏导数的概念及联系，用定义讨论函数的可微性；
2. 用定义求函数在指定点的偏导数；
3. 熟练运用复合函数求导法则计算各阶偏导数；
4. 函数的可微、连续、偏导存在与偏导数连续之间关系；
5. 求空间曲线的切线和法平面；曲面的切平面和法线；
6. 能写出简单二元函数的 Taylor 公式或 Maclaurin 公式；
7. 求二元函数的极值及一些简单的最大(小)值应用问题。

第十八章 隐函数定理及应用

1. 求隐函数及隐函数组的导数；
2. 明确隐函数及隐函数组存在唯一性及可微性条件；
3. 隐函数理论在几何上的应用，求曲线切线、法线(法平面)、求曲面的切平面和法线；
4. 用 Lagrange 乘数法求条件极值。

第十九章 含参量积分

1. 分析、论证含参量积分定义的函数的连续性，可微性或可积性；
2. 判别含参量反常积分一致收敛性；
3. 用对参量的积分、微分、极限等运算求定积分或反常积分；
4. Γ 函数及 B 函数的定义、关系及递推公式的应用。

第二十章 曲线积分

1. 熟练运用两类曲线积分的计算法求曲线积分；
2. 用曲线积分的几何意义及物理意义解决有关应用问题。

第二十一章 重积分

1. 直角坐标系下计算二重积分及二次积分交换顺序；
2. 利用变量替换公式简化二重积分计算，特别是利用极坐标变换计算二重积分；
3. 应用 Green 公式计算第二型曲线积分，及用第二型曲线积分计算平面图形面积；用曲线积分法求全微分式的原函数；
4. 化三重积分为累次积分，用柱面坐标和球面坐标计算三重积分；
5. 应用重积分计算曲面面积，重心、转动惯量及引力等几何和物理量。

第二十二章 曲面积分

1. 第一、二型曲面积分的计算；
2. 应用 Gauss 公式和 Stokes 公式计算曲面积分及空间曲线积分；
3. 应用曲面积分解决有关几何及物理应用问题；
4. 空间曲线积分与路线无关的条件，用曲线积分法求全微分式的原函数。

三、主要参考书

1. 华东师范大学数学系, 数学分析(上、下册), 高等教育出版社, 2001年, 第3版
2. 陈纪修, 於崇华, 金路, 数学分析(上、下册), 高等教育出版, 2004年, 第2版
3. 裴礼文, 数学分析中的典型问题与方法, 高等教育出版社, 1993年, 第1版

