

福建师范大学硕士研究生入学考试  
《数学分析》考试大纲

一、考试形式和试卷结构

1. 试卷满分及考试时间

本试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

2. 答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

3. 试卷题型结构

(1) 填空题 40 分

(2) 计算题 40 分

(3) 证明题 70 分

二、考试范围

第一章 实数集与函数

1. 运用实数的有序性、稠密性及封闭性论证有关问题，邻域概念的理解及应用；
2. 实数绝对值的有关性质及几个常见不等式的应用；
3. 实数集确界的概念及确界原理在有关问题中的正确运用；
4. 函数的概念及复合函数、反函数、有界函数、单调函数和初等函数等概念理解和运用；
5. 基本初等函数定义、性质及图象的识记，会求初等函数定义域，分析初等函数的复合关系。

第二章 数列极限

1. 会用  $\varepsilon - N$  定义证明数列极限有关问题，并会用  $\varepsilon - N$  语言正确表述数列不以某数为极限；
2. 理解收敛数列的性质，极限的唯一性、保号性及不等式性质；
3. 会用极限的四则运算法则，迫敛性定理以及单调有界定理求收敛数列的极限；
4. 理解柯西准则在极限理论中的重要意义，能用该准则判定某些简单数列的敛散性。

第三章 函数极限

1. 能运用函数极限定义证明与函数极限有关的某些命题，会给出函数不以某定数为极限的相应表述；
2. 掌握函数极限基本性质：唯一性、局部保号性、不等式性质及有理运算性质；
3. 理解 Heine 定理及 Cauchy 准则，初步掌握运用它们证明函数极限存在的基本思路；
4. 识记两个重要极限，能灵活运用其求一些相关函数极限；
5. 理解无穷小(大)量及其阶的概念，会用无穷小量求某些函数的极限,无穷小(大)量阶的比较。

第四章 函数的连续性

1. 明确函数在一点连续定义的几种等价叙述；
2. 会熟练准确地求出一般初等函数或分段函数的间断点并判别其类型；

3. 理解连续函数的性质，并能在相关问题的讨论中正确运用这些重要性质；
4. 深刻理解初等函数的连续性，应用连续性求极限；
5. 掌握闭区间上连续函数的性质，理解其几何意义，并能在各种有关具体问题中加以运用；
6. 理解一致连续的概念，能认识到函数在区间上连续与一致连续两者之间的联系与区别。

## 第五章 导数与微分

1. 利用定义法求函数在一点的导数；导数与导函数的联系与区别，可导的充要条件，可导与连续的关系，求曲线上一点处的切线方程，用导数概念解决相关变化率的实际应用问题；
2. 熟记各类基本初等函数导数公式，综合运用求导的法则和方法熟练计算初等函数的导数；
3. 理解函数微分的概念，用定义求简单函数的微分，运用基本公式和微分法则求初等函数的微分；
4. 导数与微分的联系，增量与微分的关系，用微分作近似计算；
5. 理解高阶导数与高阶微分概念，明确二者的联系，会求高阶导数与高阶微分，理解一阶微分形式的不变性并用其求复合函数的微分。

## 第六章 微分中值定理及应用

1. 利用中值定理证明有关函数微分学的命题；
2. 用洛比塔法则求不定式的极限；
3. 讨论函数及曲线性态，用导数作函数图象；
4. 求解有关最大(小)值的应用问题；
5. 用中值定理及单调性证明不等式，方程根的存在个数及分布讨论。

## 第七章 实数的完备性

1. 区间套、聚点、确界、覆盖、子列及一致连续等概念的理解；求点集的聚点、确界；
2. 对实数基本定理的理解和准确表述，明确其等价性；
3. 应用闭区间上连续函数的性质讨论函数的有界性、最值性、证明方程根的存在性；
4. 函数一致连续性的判别及有关问题的证明。

## 第八章 不定积分

1. 原函数与不定积分的关系及其几何意义；积分与微分的关系；
2. 熟记基本积分公式，用线性运算法则求不定积分；
3. 用换元积分法和分部积分法或综合运用这几种方法求不定积分；
4. 有理函数的积分法，用适当变换求三角函数有理式、简单无理函数的积分；
5. 明确初等函数在定义区间存在原函数，但其原函数不一定是初等函数的结论。

## 第九章 定积分

1. 理解并掌握定积分的思想(分割、近似求和、取极限)的基础上会用定义求简单函数的定积分；
2. 明确可积的必要条件、充要条件及可积函数类；
3. 熟练地应用定积分的性质进行积分的计算，积分值的大小比较、求平均值及有关证

明;

4. 用微分学基本定理及牛顿——莱布尼兹公式进行有关积分的证明和计算; 变限积分的求导法则及应用;

5. 用换元积分法和分布积分法计算定积分。

#### 第十章 定积分的应用

1. 用定积分解决某些几何应用问题: 平面图形面积、平面曲线的弧长、一些特殊立体的体积、旋转曲面的面积等的计算;

2. 用微元法的思想及定积分计算一些物理上的应用问题: 液体静压力、引力及功和平均功率。

#### 第十一章 反常积分

1. 用比较法、Cauchy 法判别无穷限积分的收敛性;

2. 瑕积分中瑕点的确定及收敛性判别;

3. 收敛的反常积分的计算。

#### 第十二章 数项级数

1. 级数敛散性的概念及收敛级数性质的理解和运用;

2. 用定义、性质及收敛的必要条件判别级数的敛散性;

3. 用比较法、比式法、根式法、积分法判别正项级数敛散性;

4. 用莱布尼兹判别法判断交错级数的敛散性;

5. 用 Abel 及 Dirichlet 判别法判断某些级数的敛散性。

#### 第十三章 函数列与函数项级数

1. 函数列或函数项级数一致收敛的概念和性质的理解与掌握;

2. 函数项级数一致收敛性的判别;

3. 掌握一致收敛的函数列与函数项级数表示的函数的连续性、可积性、可微性, 并用这些性质去解决有关问题。

#### 第十四章 幂级数

1. 求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域;

2. 熟记几个常用初等函数的幂级数展开式, 并利用其将某些初等函数展开成幂级数;

3. 用幂级数的性质及逐项求导和逐项积分求某些幂级数的和函数;

4. 明确函数幂级数展开的条件及求函数幂级数展开式的一般步骤。

#### 第十五章 傅里叶级数

1. 熟练地将以  $2\pi$  为周期的函数展成 Fourier 级数, 并应用收敛定理求级数在指定点的和;

2. 将  $2\pi$  为周期的函数展成 Fourier 级数, 会求函数的正弦级数和余弦级数;

3. 准确表述收敛性定理, 知道其证明主要思路。

#### 第十六章 多元函数的极限与连续

1. 理解平面点集的有关概念, 求函数的定义域并绘图表示;

2. 理解并掌握二元函数极限概念, 明确重极限与累次极限的关系, 能借助累次极限解



决极限有关问题；说明二元函数极限不存在的常用方法的应用；

3. 理解二元函数连续的概念，会利用连续性求初等函数的极限，掌握有界闭域上连续函数的性质。

#### 第十七章 多元函数微分学

1. 深刻理解全微分和偏导数的概念及联系，用定义讨论函数的可微性；
2. 用定义求函数在指定点的偏导数；
3. 熟练运用复合函数求导法则计算各阶偏导数；
4. 函数的可微、连续、偏导存在与偏导数连续之间关系；
5. 求空间曲线的切线和法平面；曲面的切平面和法线；
6. 能写出简单二元函数的 Taylor 公式或 Maclaurin 公式；
7. 求二元函数的极值及一些简单的最大(小)值应用问题。

#### 第十八章 隐函数定理及应用

1. 求隐函数及隐函数组的导数；
2. 明确隐函数及隐函数组存在唯一性及可微性条件；
3. 隐函数理论在几何上的应用，求曲线切线、法线(法平面)、求曲面的切平面和法线；
4. 用 Lagrange 乘数法求条件极值。

#### 第十九章 含参量积分

1. 分析、论证含参量积分定义的函数的连续性，可微性或可积性；
2. 判别含参量反常积分一致收敛性；
3. 用对参量的积分、微分、极限等运算求定积分或反常积分；
4.  $\Gamma$  函数及  $B$  函数的定义、关系及递推公式的应用。

#### 第二十章 曲线积分

1. 熟练运用两类曲线积分的计算法求曲线积分；
2. 用曲线积分的几何意义及物理意义解决有关应用问题。

#### 第二十一章 重积分

1. 直角坐标系下计算二重积分及二次积分交换顺序；
2. 利用变量替换公式简化二重积分计算，特别是利用极坐标变换计算二重积分；
3. 应用 Green 公式计算第二型曲线积分，及用第二型曲线积分计算平面图形面积；用曲线积分法求全微分式的原函数；
4. 化三重积分为累次积分，用柱面坐标和球面坐标计算三重积分；
5. 应用重积分计算曲面面积，重心、转动惯量及引力等几何和物理量。

#### 第二十二章 曲面积分

1. 第一、二型曲面积分的计算；
2. 应用 Gauss 公式和 Stokes 公式计算曲面积分及空间曲线积分；
3. 应用曲面积分解决有关几何及物理应用问题；
4. 空间曲线积分与路线无关的条件，用曲线积分法求全微分式的原函数。

### 三、主要参考书

1. 华东师范大学数学系, 数学分析(上、下册), 高等教育出版社, 2001 年, 第 3 版
2. 陈纪修, 於崇华, 金路, 数学分析(上、下册), 高等教育出版, 2004 年, 第 2 版
3. 裴礼文, 数学分析中的典型问题与方法, 高等教育出版社, 1993 年, 第 1 版