

2012 年硕士学位研究生招生考试业务课考试大纲

考试科目：数学分析

代码：601

参考书目

数学分析,《数学分析》(第三版)(上、下),华东师范大学数学系编,高等教育出版社,2001.6

考试要求

《数学分析》考试大纲适用于报考杭州电子科技大学基础数学、应用数学、运筹与控制、计算数学、概率统计等专业硕士研究生的入学考试。本考试大纲是为招收数学类专业硕士生而设的选拔考试的指南。其主要目的是测试考生对数学分析最基本内容的理解、掌握和熟练程度。要求考生熟悉数学分析的基本概念与理论、掌握数学分析的基本技巧与方法,具有较强的判断能力、运算能力、逻辑推理能力以及一定的抽象思维能力和综合应用能力。

基本题型与分数

主要题型如下:判断题、选择题、填空题、计算题、证明题、应用题、综合题等。试卷满分为 150 分。

考试内容与考试要求

1. 极限与连续

考试内容: 数列极限、函数极限、函数的连续性和一致连续性、闭区间上连续函数的性质。

考试要求:

- (1) 掌握函数的特殊性质: 奇偶性、单调性、周期性、有界性等;
- (2) 掌握各种极限的定义($\varepsilon - N$ 与 $\varepsilon - \delta$ 语言)以及如下性质与重要定理: 唯一性、有界性、保号性以及四则运算、单调有界定理、Cauchy 收敛准则、迫敛性(两边夹法则、夹挤原则)原理、两个重要极限;
- (3) 掌握数列极限与函数极限的无穷大(小)量的基本概念与基本性质;
- (4) 掌握连续性的概念及间断点的分类,掌握初等函数的连续性;
- (5) 掌握闭区间上连续函数的如下基本性质: 有界性、最值性、介值性(零点定理)、一致连续性。

2. 一元函数微分学

考试内容: 导数与微分及其运算法则、三个微分中值定理、洛必达法则、泰勒公式、函数单调性、凸性与拐点、极值与最值。

考试要求:

- (1) 理解连续、可导、可微等概念及其相互关系,理解导数的几何意义、函数极值点与极值、凸性、拐点等概念,会用导数研究函数的单调性与极值性,会用二阶导数研究函数的凸性与拐点;
- (2) 掌握(高阶)导数、微分的四则运算与复合函数求导运算法则以及高阶导数的莱布尼兹公式,掌握左、右导数的概念以及分段函数求导方法,掌握导函数的介值定理(达布定理);
- (3) 掌握微分中值定理及其在根的判定、不等式、不定式极限(洛必达法则)等方面的应用;
- (4) 掌握泰勒公式及其在极限、极值点判定等方面的应用;
- (5) 掌握极值与最值的求法、凸性的等价定义以及凸性在不等式证明等方面的应用。

3. 实数的完备性

考试内容: 上(下)确界、区间套、聚点、开覆盖。

考试要求:

- (1) 掌握确界、聚点、区间套、开覆盖等概念;

- (2) 理解关于实数完备性的六大基本定理及其证明思想;
- (3) 会用实数完备性定理, 特别是用确界定理与闭区间套定理证明简单的分析问题。

4. 一元函数积分学

考试内容: 不定积分、定积分、换元法与分部积分法、牛顿莱布尼兹公式、变上限积分、积分中值定理、定积分在几何中的应用、无穷积分、瑕积分。

考试要求:

- (1) 掌握原函数、不定积分的概念及其基本性质;
- (2) 熟记不定积分的基本公式, 掌握换元积分法和分部积分法及其常用积分计算技巧, 会求初等函数、有理函数和三角有理函数的不定积分;
- (3) 掌握定积分的概念、可积条件、可积函数类;
- (4) 掌握定积分的性质, 熟练掌握微积分基本定理、定积分的换元积分法和分部积分法以及常用积分计算技巧, 掌握积分中值定理及其应用;
- (5) 掌握变限积分的性质与求导方法;
- (6) 能用定积分计算平面图形的面积、弧长、旋转体的体积与侧面积;
- (7) 理解广义积分收敛的概念、Cauchy 收敛准则, 掌握广义积分敛散性的比较判别法、柯西判别法、狄利克雷判别法、阿贝尔判别法。

5. 无穷级数

考试内容: 数项级数、绝对收敛和条件收敛、判别法、函数项级数、一致收敛、幂级数、收敛半径、收敛域、(幂级数) 泰勒级数、傅立叶级数。

考试要求:

- (1) 理解数项级数敛散性的概念, 掌握数项级数的基本性质;
- (2) 掌握正项级数的比较判别法、根式判别法和积分判别法;
- (3) 掌握一般项级数的莱布尼兹判别法、狄利克雷判别法和阿贝尔判别法;
- (4) 掌握函数项级数(函数列)一致收敛性的M-判别法、狄利克雷判别法和阿贝尔判别法, 掌握函数项级数(函数列)的分析性质(连续性、可微性、可积性);
- (5) 掌握幂级数收敛半径与收敛域的概念与求法、掌握幂级数的基本性质, 会求幂级数(级数)的和函数(和), 能够将函数展开为幂级数;
- (6) 会将函数按要求展开成傅立叶级数(余弦级数、正弦级数)。

6. 多元函数微分学

考试内容: 多元函数的极限与连续、全微分、(高阶)偏导数、方向导数、泰勒公式、隐函数求导及几何应用。

考试要求:

- (1) 掌握多元函数极限、偏导数、全微分、方向导数的概念及其求法;
- (2) 掌握高阶偏导数的计算、简单多元函数泰勒公式的展开;
- (3) 掌握多元函数的极值、条件极值的概念及其判别方法;
- (4) 掌握隐函数与隐函数组求导与求偏导方法及其几何应用。

7. 含参变量积分

考试内容: 含参变量正常积分, 含参变量反常积分、伽马函数、贝塔函数。

考试要求:

- (1) 掌握含参变量正常积分的分析性质;
- (2) 掌握含参变量反常积分的一致收敛性及判别法;
- (3) 掌握含参变量反常积分的分析性质;
- (4) 掌握伽马函数与贝塔函数的性质与相互关系;

8. 重积分、曲线积分和曲面积分

考试内容：重积分、第一（二）型曲线积分、第一（二）型曲面积分、格林公式、高斯公式、斯托克斯公式。

考试要求：

（1）理解重积分、第一（二）型曲线积分、第一（二）型曲面积分的概念、基本性质与几何意义；

（2）掌握二重积分与三重积分的常用计算方法、常用坐标变换以及一般坐标变换；

（3）掌握第一（二）型曲线积分、第一（二）型曲面积分的计算；

（4）会用格林公式、高斯公式、斯托克斯公式处各种积分计算问题。

（5）了解重积分、第一（二）型曲线积分、第一（二）型曲面积分之间的联系。