

# 温州大学

## 硕士研究生招生考试业务课考试大纲

考试科目： 数学分析

科目代码： 619

### 一、参考书目

《数学分析》（第三版，上下册），华东师范大学数学系编，高等教育出版社

### 二、考试内容范围

#### 第一部分 集合与函数

##### 1、集合

实数集  $\mathbb{R}$ 、有理数与无理数的稠密性，实数集的界与确界、确界存在性定理、闭区间套定理、聚点定理、有限复盖定理。平面上的距离、邻域、聚点、界点、边界、开集、闭集、有界（无界）集、平面上的闭矩形套定理、聚点定理、有限复盖定理、基本点列等。

##### 2、函数

函数、映射、变换概念及其几何意义，隐函数概念，反函数与逆变换，反函数存在性定理。初等函数以及与之相关的性质。

#### 第二部分 极限与连续

##### 1、数列极限

数列极限的  $\varepsilon - N$  定义，收敛数列的基本性质（极限唯一性、有界性、保号性、不等式性质）

数列收敛的条件（Cauchy 准则、迫敛性、单调有界原理、数列收敛与其子列收敛的关系），极限

$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = e$  及其应用。

##### 2、函数极限

各种类型的一元函数极限的定义（ $\varepsilon - \delta$ 、 $\varepsilon - M$  语言），函数极限的基本性质（唯一性、局部有界性、保号性、不等式性质、迫敛性），归结原则和 Cauchy 收敛准则，两个重要极限：

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$  及其应用，计算一元函数极限的各种方法，无穷小量与无穷大量、阶的比较，记号  $o$  与  $O$  的意义。多元函数重极限与累次极限概念、基本性质，二元函数的二重极限与累次极限的关系。

##### 3、函数的连续性

函数连续与间断的概念，一致连续性概念。连续函数的局部性质（局部有界性、保号性），有界闭集上连续函数的性质（有界性、最值可达性、介值性、一致连续性）。

1、一元函数微分学

(i) 导数与微分

导数概念及其几何意义，可导与连续的关系，导数的各种计算方法，微分及其几何意义、可微与可导的关系、一阶微分形式不变性。

(ii) 微分学基本定理及其应用

Fermat 定理, Rolle 定理, Lagrange 定理, Cauchy 定理, Taylor 公式(Peano 余项与 Lagrange 余项)及应用, 函数单调性判别法, 极值、最值、曲线凹凸性讨论。

2、多元函数微分学

(i) 偏导数与全微分

偏导数、全微分及其几何意义，可微与偏导存在、连续之间的关系，复合函数的偏导数与全微分，一阶微分形式不变性，方向导数与梯度，高阶偏导数，混合偏导数与顺序无关性，二元函数中值定理与 Taylor 公式。

(ii) 隐函数定理与多元微分的应用

隐函数存在定理的应用，隐函数组存在定理的应用，隐函数（组）求导方法，反函数组与坐标变换。几何应用（平面曲线的切线与法线、空间曲线的切线与法平面、曲面的切平面与法线）。极值问题研究（必要条件与二元极值的充分条件），条件极值与 Lagrange 乘数法的应用。

第四部分 积分学

1、一元函数积分学

(i) 不定积分

原函数与不定积分概念、不定积分的基本计算方法（直接积分法、换元法、分部积分法等）。

(ii) 定积分

定积分概念与几何意义，可积条件（必要条件、充要条件： $\sum \omega_i \Delta x_i < \varepsilon$ ），可积函数类。定积分性质（关于区间可加性、不等式性质、绝对可积性、定积分第一中值定理）变上限积分函数，微积分基本定理，N-L 公式及定积分计算，定积分第二中值定理应用。

(iii) 广义积分

无限区间上的广义积分概念、Cauchy 收敛准则，绝对收敛与条件收敛。 $f(x)$  非负时  $\int_a^{+\infty} f(x)dx$  的收敛性判别法（比较原则、柯西判别法），Abel 判别法，Dirichlet 判别法。无界函数广义积分概念及其收敛性判别法。

(iv) 定积分的应用

---

微元法思想。几何应用（平面图形面积、已知截面面积函数的体积、曲线弧长与弧微分、旋转体体积），其他应用。

## 2、多元函数积分学

### (i) 重积分与含参量积分

二重积分概念及其几何意义，二重积分的计算（化为累次积分、极坐标变换、一般坐标变换）。三重积分概念，三重积分计算（化为累次积分、柱坐标、球坐标变换）。重积分的应用（体积、曲面面积、重心、转动惯量等）。含参量正常积分及其连续性、可微性、可积性，运算顺序的可交换性。含参量广义积分的一致收敛性及其判别法，含参量广义积分的连续性、可微性、可积性，运算顺序的可交换性。

### (ii) 曲线积分与曲面积分

第一型曲线积分、曲面积分的概念、基本性质、计算，第二型曲线积分概念、性质、计算。Green 公式，平面曲线积分与路径无关的条件。曲面的侧、第二型曲面积分的概念、性质、计算。奥高公式、Stoke 公式。两类线积分、两类面积分之间的关系。

## 第五部分 级数

### 1、数项级数

级数及其敛散性，级数的和，Cauchy 准则，收敛必要条件，收敛级数基本性质。正项级数收敛的充要条件，比较原则、比式判别法、根式判别法以及它们的极限形式。交错级数的 Leibniz 判别法。一般项级数的绝对收敛、条件收敛性，Abel 判别法，Dirichlet 判别法

### 2、函数项级数

函数列与函数项级数的一致性收敛性，Cauchy 准则，一致收敛性判别法（M-判别法、Able Dirichlet 判别法）。一致收敛函数列、函数项级数的性质及其应用。

### 3、幂级数

幂级数概念、Abel 定理、收敛半径与区间，幂级数的一致收敛性，幂级数的逐项可积性、可微性及其应用，幂级数各项系数与其和函数的关系。函数的幂级数展开。

## 三、试卷结构及题型比例

试卷题型：计算题、证明题和综合题

试卷满分：150 分

## 四、考试时间和考试方式

考试时间：180 分钟（3 小时）；

考试方式：闭卷笔试；所列题目全部为必答题。