

《高等数学》考试大纲

本《高等数学》考试大纲适用于宁波大学物理学相关专业硕士研究生入学考试。

一、考试内容及具体要求

1、函数、极限、连续

理解函数的概念，掌握函数的表示法，并会建立简单应用问题中的函数关系式。了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。理解极限的概念，理解函数左极限与右极限的概念，以及函数极限存在与左、右极限之间的关系。掌握极限的性质及四则运算法则。掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。理解无穷小、无穷大的概念，掌握无穷小的比较方法，会用等价无穷小求极限。理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判别函数间断点的类型。了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

2、一元函数微分学

理解导数和微分的概念，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解导数的物理意义，会用导数描述一些物理量，理解函数的可导性与连续性之间的关系。掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式。了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，会求函数的微分。了解高阶导数的概念，会求简单函数的 n 阶导数。会求分段函数的一阶、二阶导数。会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数。理解并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理和泰勒定理，了解并会用柯西中值定理。理解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用。会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线，会描绘函数的图形。掌握用洛必达法则求未定式极限的方法。了解曲率和曲率半径的概念，会计算曲率和曲率半径。

3、一元函数积分学

理解原函数概念，理解不定积分和定积分的概念。掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理，掌握换元积分法与分部积分法。会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分。理解积分上限的函数，会求它的导数，掌握牛顿-莱布尼茨公式。了解广义积分的概念，会计算广义积分。掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量（平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、功、引力、压力）及函数的平均值等。

4、向量代数和空间解析几何

理解空间直角坐标系，理解向量的概念及其表示。掌握向量的运算（线性运算、数量积、向量积、混合积），了解两个向量垂直、平行的条件。理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式，掌握用坐标表达式进行向量运算的方法。掌握平面方程和直线方程及其求法。会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角，并会利用平面、直线的相互关系（平行、垂直、相交等）解决有关问题。会求点到直线以及点到平面的距离。了解曲面方程和空间曲线方程的概念。了解常用二次曲面的方程及其图形，会求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。了解空间曲线的参数方程和一般方程。了解空间曲线在坐标平面上的投影，并会求其方程。

5、多元函数微分学

理解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义。了解二元函数的极限与连续性的概念，以及有界闭区域上连续函数的性质。理解多元函数偏导数和全微分的概念，会求全微分，了解全微分存在的必要条件和充分条件，了解全微分形式的不变性。理解方向导数与梯度的概念并掌握其计算方法。掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法。了解隐函数存在定理，会求多元隐函数的偏导数。了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念，会求它们的方程。了解二元函数的二阶泰勒公式。理解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的应用问题。

6、多元函数积分学

理解二重积分、三重积分的概念，了解重积分的性质，了解二重积分的中值定理。掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标），会计算三重积分（直角坐标、柱面坐标、球面坐标）。理解两类曲线积分的概念，了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系。掌握计算两类曲线积分的方法。掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件，会求全微分的原函数。了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系，掌握计算两类曲面积分的方法，会用高斯公式、斯托克斯公式计算曲面、曲线积分。了解散度与旋度的概念，并会计算。会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量（平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、重心、转动惯量、引力、功及流量等）。

7、无穷级数

理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本性质及收敛的必要条件。掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的判别条件。掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法，会用根值判别法。掌握交错级数的莱布尼茨判别法。了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念，以及绝对收敛与条件收敛的关系。了解函数项级数的收敛域及和函数的概念。理解幂级数的收敛半径的概念，并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法。了解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质（和函数的连续性、逐项微分和逐项积分），会求一些幂级数在收敛区间内的和函数，并会由此求出某些数项级数的和。了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件。掌握 e^x 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 和 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林展开式，会用它们将一些简单函数间接展开成幂级数。了解傅里叶级数的概念和狄利克雷收敛定理，会将定义在 $[-L, L]$ 上的函数展开为傅里叶级数，会将定义在 $[0, L]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数，会写出傅里叶级数的和的表达式。

8、常微分方程

了解微分方程及其解、阶、通解、初始条件和特解等概念。掌握变量可分离的方程及一阶线性方程的解法。会解齐次方程、伯努利方程和全微分方程，会用简单的变量代换解某些微分方程。会用降阶法解下列方程： $y^{(n)} = f(x)$ ， $y'' = f(x, y')$ 和 $y' = f(y, y')$ 。理解线性微分方程解的性质及解的结构定理。掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法，并会解某些高于二阶的常系数齐次线性微分方程。会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数，以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程。会解欧拉方程。会用微分方程解决一些简单的应用问题。

二、参考书目：

《高等数学》（第五版，上下册）同济大学应用数学系，高等教育出版社，2004年。