

《数学分析》考试大纲

本《数学分析》考试大纲适用于宁波大学数学相关专业硕士研究生入学考试。

一、本考试科目简介:

《数学分析》是数学专业最重要的基础课之一,是数学专业的学生继续学习后继课程的基础,它的理论方法和内容既涉及到几百年来分析数学的严谨性和逻辑性,又与现代数学的各个领域有着密切的联系。是从事数学理论及其应用工作的必备知识。本大纲制定的依据是①根据教育部颁发《数学分析》教学大纲的基本要求。②根据我国一些国优教材所讲到基本内容和知识点。要求考生比较系统地理解数学分析的基本概念基本理论,掌握研究分析领域的基本方法,基本上掌握数学分析的论证方法,具备较熟练的演算技能和初步的应用能力及逻辑推理能力。

二、考试内容及具体要求:

第1章 实数集与函数

- (1) 了解实数域及性质
- (2) 掌握几种主要不等式及应用。
- (3) 熟练掌握领域,上确界,下确界,确界原理。
- (4) 牢固掌握函数复合、基本初等函数、初等函数及某些特性(单调性、周期性、奇偶性、有界性等)。

第2章 数列极限

- (1) 熟练掌握数列极限的定义。
- (2) 掌握收敛数列的若干性质(惟一性、保序性等)。
- (3) 掌握数列收敛的条件(单调有界原理、迫敛法则、柯西准则等)。

第3章 函数极限

- (1) 熟练掌握使用“ $\varepsilon-\delta$ ”语言,叙述各类型函数极限。
- (2) 掌握函数极限的若干性质。
- (3) 掌握函数极限存在的条件(归结原则,柯西准则,左、右极限、单调有界)。
- (4) 熟练应用两个特殊极限求函数的极限。
- (5) 牢固掌握无穷小(大)的定义、性质、阶的比较。

第4章 函数连续性

- (1) 熟练掌握在 X_0 点连续的定义及其等价定义。
- (2) 掌握间断点定以及分类。
- (3) 了解在区间上连续的定义,能使用左右极限的方法求极限。
- (4) 掌握在一点连续性质及在区间上连续性质。
- (5) 了解初等函数的连续性。

第5章 导数与微分

- (1) 熟练掌握导数的定义,几何、物理意义。
- (2) 牢固记住求导法则、求导公式。
- (3) 会求各类的导数(复合、参量、隐函数、幂指函数、高阶导数(莱布尼兹公式))。
- (4) 掌握微分的概念,并会用微分进行近似计算。
- (5) 深刻理解连续、可导、可微之关系。

第6章 微分中值定理、不定式极限

- (1) 牢固掌握微分中值定理及应用(包括罗尔定理、拉格朗日定理、柯西定理、泰勒定理)。
- (2) 会用洛比达法则求极限,(掌握如何将其他类型的不定型转化为 $0/0$ 型)。

第1-6章的重点与难点

(1) **重点:** ①基本概念: 极限、连续、可导、可微。②基本定理: 单调有界,柯西准则,归结原则,微分中值定理。③基本计算: 求极限的方法与类型。

(2) **难点:** 应用微分中值定理, 证明问题, 连续函数性质应用。

第7章 导数应用

- (1) 掌握单调与符号的关系, 并用它证明 $f(x)$ 单调, 不等式、求单调区间、极值等。
- (2) 利用判定凹凸性及拐点。
- (3) 了解凸函数及性质
- (4) 会求曲线各种类型的渐近线性。
- (5) 了解方程近似解的牛顿切线法。

第8章 极限与连续(续)

- (1) 掌握下列基本概念: 区间套、柯西列、聚点、子列。
- (2) 了解刻画实数完备性的几个定理的等价性, 并掌握各定理的条件与结论。
- (3) 学会用上述定理证明其他问题, 如连续函数性质定理等。

第9章 不定积分

- (1) 掌握原函数与不定积分的概念。
- (2) 记住基本积分公式。
- (3) 熟练掌握换元法、分部积分法。
- (4) 了解有理函数积分步骤, 并会求可化为有理函数的积分。

第10章 定积分

- (1) 掌握定积分定义、性质。
- (2) 了解可积条件, 可积类。
- (3) 深刻理解微积分基本定理, 并会熟练应用。
- (4) 熟练计算定积分。
- (5) 掌握广义积分收敛定义及判别法, 会计算广义积分。

第11章 定积分应用

- (1) 熟练计算各种平面图形面积。
- (2) 会求旋转体或已知截面面积的体积。
- (3) 会利用定积分求弧长、曲率、旋转体的侧面积。
- (4) 会用微元法求解某些物理问题(压力、变力功、静力矩、重心等)。

第12章 数项级数

- (1) 掌握数项级数敛散的定义、性质。
- (2) 熟练掌握正项级数的敛、散判别法。
- (3) 掌握条件、绝对收敛及莱布尼兹定理。

第7-12章的重点、难点

(1) **重点:** 导数的应用, 积分法则, 微积分基本定理, 数项级数敛散判别, 广义积分敛散判别。

(2) **难点:** 实数完备性定理及应用; 定积分的可积性及可积类的讨论, 定积分及数项级数的理论证明, 广义积分及数项级数敛散的阿贝尔, 狄利克雷判别法。

第13章 函数列与函数项级数

- (1) 了解函数列与函数项级数之间的关系, 掌握函数列及函数项级数的一致收敛定义。
- (2) 掌握函数列、函数项级数一致收敛的判别法。
- (3) 函数列的极限函数, 函数项级数的和函数性质。

第14章 幂级数

- (1) 熟练幂级数收敛域, 收敛半径, 及和函数的求法。
- (2) 了解幂级数的若干性质。
- (3) 了解求一般任意阶可微函数的幂级数展式的方法。特别牢固记住六种基本初等函数的马克劳林展式。
- (4) 会利用间接法求一些初等函数的幂级数展式。

第15章 付里叶级数

- (1) 熟记付里叶系数公式，并会求之。
- (2) 掌握以 2π 为周期函数的付里叶展式。
- (3) 理解掌握定义在 $(0, 1)$ 上的函数可以展成余弦级数，正弦级数，一般付里叶级数。
- (4) 了解收敛性定理，并掌握，贝塞尔不等式，勒贝格引理等。

第 16 章 多元函数极限与选择

- (1) 了解平面点集的若干概念。
- (2) 掌握二元函数二重极限定义、性质。
- (3) 掌握二次极限，并掌握二重极限与二次极限的关系。
- (4) 掌握二元连续函数的定义、性质。
- (5) 了解二元函数关于两个变量全体连续与分别连续的关系。

第 17 章 多元函数微分学

- (1) 熟练掌握，可微，偏导的意义。
- (2) 掌握二元函数可微，偏导，连续以及偏导函数连续，概念之间关系。
- (3) 会计算各种类型的偏导，全微分。
- (4) 会求空间曲面的切平面，法线。空间曲线的法平面与切线。
- (5) 会求函数的方向导数与梯度。
- (6) 会求二元函数的泰勒展式及无条件极值。

第 18 章 隐函数定理及其应用

- (1) 掌握由一个方程确定的隐函数的条件，隐函数性质，隐函数的导数（偏导）公式。
- (2) 掌握由 m 个方程 n 个变元组成方程组，确定 $n-m$ 个隐函数组的条件，并会求这 $n-m$ 个隐函数对各个变元的偏导数。
- (3) 会求空间曲线的切线与法平面。
- (4) 会求空间曲面的切平面与法线。
- (5) 掌握条件极值的拉格朗日数乘法。

第 19 章 向量函数微分（一般了解）

第 13-19 章 重点、难点

(1) 重点：函数列、函数项级数一致收敛的判别，求幂级数的收敛域，和函数及其性质，幂级数展式，多元函数极限，连续、偏导、可微概念。计算部分：求各类偏导，全微分，求方向导数与梯度，求方程（组）确定隐函数（组）的偏导。应用部分：无条件极值，条件极值，曲线的切线与法平向，曲面的切平面与法线。

(2) 难点：函数列与函数项级数一致收敛判别及性质，条件极值。

第 20 章 重积分

- (1) 了解二重积分，三重积分定义与性质。
- (2) 掌握二重积分的换序，变量代换的方法。
- (3) 了解三重积分的换序，会用球、柱、广义球坐标进行代换计算三重积分。
- (4) 含参量正常积分的定义及性质。
- (5) 重积分应用：求曲面面积，转动惯量，重心坐标等。

第 21 章 含参量非正常积分

- (1) 掌握含参量非正常积分一致收敛定义、性质。
- (2) 掌握含参量非正常积分一致收敛判别。
- (3) 会用积分号下求导、积分号下做积分方法计算一些定积分或广义积分。
- (4) 了解欧拉积分，递推公式及性质。

第 22 章 曲线积分与曲面积分

- (1) 熟练掌握第一、二型曲线、曲面积分的计算方法。
- (2) 了解两种曲线积分，两种曲面积分关系。
- (3) 熟练运用格林公式，高斯公式，斯托克斯公式计算。
- (4) 掌握积分与路径无关的条件。
- (5) 了解场论初步知识，并会求梯度，散度，旋度。

第 20-22 章的重点和难点

(1) **重点:** 二重积分换序, 计算方法; 曲线, 曲面积分的计算。格林公式, 高斯公式, 斯托克斯公式的应用, 积分与路径无关性质的应用。

(2) **难点:** 含参量广义积分的一致收敛判别, 三重积分的换序, 重积分的应用。

三、题型分布:

填空题, 选择题, 解答题, 计算题, 证明题, 应用题。