

## 数 学 分 析 (II) 考试大纲

### (8) 不定积分

原函数与不定积分概念。基本积分表。线性运算法则。换元积分法。分部积分法。有理函数的积分。三角函数有理式的积分。若干初等可积函数。

### (9) 定积分

引入问题(曲边梯形面积与变力作功)。定积分定义。定积分的几何意义。可积的必要条件。上下和及其性质。可积主要条件。几乎处处连续函数。可积函数类:在闭区间上连续函数、在闭区间上只有有限个间断点的有界函数、单调有界函数。

定积分性质:线性运算法则、区间可加性、不等式性质、绝对可积性、积分中值定理、第二积分中值定理。微积分基本定理。牛顿—莱布尼兹公式。换元积分法。分部积分法。近似求积。用活动上限定积分定义对数函数,并导出对数函数和指数函数的基本性质。

### (10) 定积分的应用

简单平面图形面积。曲线的弧长与弧微分。曲率。已知截面面积函数的立体体积。旋转体体积与侧面积。平均值。物理应用(压力、功、静力矩与重心等)。

### (11) 反常积分

无穷限反常积分的概念。柯西准则。线性运算法则。绝对收敛。反常积分与数项级数的关系。无穷限反常积分收敛性判别法。

无界函数反常积分概念。两种反常积分的联系。无界函数反常积分收敛性的判别法。

### (12) 数项级数

级数收敛与和的定义。柯西准则。收敛级数的基本性质。正项级数。比较原则。比式判别法与根式判别法。拉贝判别法。一般项级数的绝对收敛与条件收敛。交错级数。莱布尼兹判别法。阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。阿贝尔求和。绝对收敛级数的性质(重排定理。级数的乘积)。Mertens 定理。

### (13) 函数列与函数项级数

函数列与函数项级数的收敛与一致收敛的概念。一致收敛的柯西准则。函数项级数的维尔斯特拉斯优级数判别法。阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。函数列极限函数与函数项级数的和函数的连续性。逐项积分与逐项微分。

### (14) 幂级数

阿贝尔第一定理。收敛半径与收敛区间。一致收敛性。和函数的连续性。逐项积分与逐项微分。幂级数的四则运算。泰勒级数。泰勒展开的条件。初等函数的泰勒展开。近似计算。用多项式逼近连续函数(可放在下章中讲)。

### (15) 傅里叶级数

三角级数。三角级数的正交性。傅里叶级数。贝塞尔不等式。黎曼—勒贝格定理。傅里叶级数的部分和公式。按段光滑且以 $2$ 为周期的函数展开为傅里叶级数的收敛定理。奇函数与偶函数的傅里叶级数。以 $2L$ 为周期的函数的傅里叶级数。一致收敛定理。傅里叶级数的逐项积分。局部性定理。Dini 判别法与 Jordan 判别法。