

上海财经大学 2012 年 817 高等代数考试大纲

一、多项式

1. 数域

1.1 理解数域的概念.

1.2 会判别数集是否是数域.

2. 一元多项式

2.1 理解一元多项式的概念, 知道多项式次数的定义.

2.2 掌握多项式的基本运算及运算前后次数的关系.

2.3 理解两个多项式相等的概念.

3. 整除

3.1 掌握多项式的带余除法.

3.2 理解整除的概念.

3.3 掌握整除的一些基本性质.

4. 最大公因式

4.1 理解最大公因式的概念及基本结论.

4.2 掌握求最大公因式的计算方法(辗转相除法).

4.3 理解多项式互素的概念及基本性质.

5. 因式分解

5.1 清楚不可约多项式的定义及其基本性质.

5.2 理解因式分解定理.

5.3 理解重因式的概念, 会利用导数判别多项式是否有重因式的方法.

6. 多项式函数

6.1 理解多项式函数的概念

6.2 掌握余数定理.

6.3 理解多项式根(零点)及重根的概念.

6.4 知道根与多项式相等的结论.

7. 复系数与实系数多项式的因式分解

7.1 清楚代数基本定理.

7.2 领会复系数多项式的因式分解.

7.3 清楚实系数多项式的共轭复根问题.

7.4 领会实系数多项式的因式分解.

8. 有理系数多项式

8.1 清楚有理系数多项式与整系数多项式的关系.

8.2 理解本原多项式的概念及其基本性质.

8.3 掌握整系数多项式有有理根的必要条件.

8.4 掌握 Eisenstein 判别法.

二、行列式

1. 排列与逆序

1.1 理解排列与逆序的概念.

1.2 理解对换的概念与性质.

2. n 阶行列式的定义及基本性质

2.1 掌握二阶三阶行列式的特征及其对角线算法.

2.2 理解 n 阶行列式的定义(三个特征).

2.3 会利用行列式的定义计算一些特殊行列式的值.

2.4 掌握行列式的基本性质.

3. 行列式的展开

3.1 理解行列式的余子式与代数余子式的概念.

3.2 理解行列式按一行一列展开的公式.

- 3.3 清楚范德蒙行列式的结论, 并由此计算一些范德蒙型行列式的值.
- 4. 行列式的计算
 - 4.1 掌握一些行列式的基本计算方法: 三角化, 展开法, 递推法, 归纳法, 加边法, 析因子法.
 - 5. 克莱姆法则
 - 5.1 掌握克莱姆法则.
 - 5.2 克莱姆法则应用于齐次方程组的一些结论.
 - 6. Laplace 展开定理
 - 6.1 理解 k 阶子式及其余子式代数余子式的概念.
 - 6.2 理解 Laplace 展开定理.
 - 6.3 掌握行列式乘法规则(联系矩阵乘法的行列式).
- 三、矩阵
 - 1. 矩阵及其基本运算
 - 1.1 理解矩阵的概念, 理解矩阵相等的定义.
 - 1.2 了解一些特殊矩阵的结构, 如方矩阵, 三角形矩阵, 对角矩阵, 数量矩阵, 单位矩阵, 零矩阵.
 - 1.3 掌握矩阵的基本运算及其运算规则.
 - 1.4 清楚矩阵的幂与矩阵多项式的定义.
 - 1.5 清楚矩阵的转置及性质, 理解对称矩阵与反对称矩阵的定义.
 - 2. 矩阵的逆
 - 2.1 理解逆矩阵的定义及其基本性质.
 - 2.2 清楚矩阵行列式的定义及矩阵相乘行列式的结论(乘法规则).
 - 2.3 理解伴随矩阵的定义及性质.
 - 2.4 掌握逆矩阵存在的充分必要条件.
 - 2.5 知道用伴随矩阵表示逆矩阵的公式.
 - 3. 矩阵的初等变换与初等矩阵
 - 3.1 掌握矩阵的初等变换定义.
 - 3.2 掌握线性方程组的矩阵描述以及高斯消元法与初等变换的关系.
 - 3.3 理解消元法的基本思想, 掌握解方程组的消元法.
 - 3.4 理解矩阵等价的定义及性质. 理解矩阵的标准形.
 - 3.5 掌握初等矩阵的定义及其结构.
 - 3.6 掌握初等矩阵的性质及其与初等变换的关系.
 - 3.7 掌握用初等变换求逆矩阵的方法.
 - 4. 矩阵的分块
 - 4.1 掌握矩阵的分块表示, 理解矩阵分块的目的.
 - 4.2 掌握分块矩阵的基本运算.
 - 4.3 掌握块初等变换在 2×2 分块矩阵上的应用.
- 四、线性方程组
 - 1. n 维向量
 - 1.1 理解 n 维向量的概念, 习惯于向量的列形式表示.
 - 1.2 掌握向量的基本运算.
 - 2. 向量的线性相关性
 - 2.1 理解向量组的线性组合概念, 理解向量(组)的线性表示概念以及向量组等价概念; 清楚向量的线性表示与线性方程组是否有解的等价关系.
 - 2.2 理解向量组的线性相关性概念, 清楚向量组的线性相关性与齐次线性方程组是否有非零解的等价关系.
 - 2.3 理解向量组的极大线性无关组与秩的概念, 并熟知有关结论.
 - 3. 矩阵的秩
 - 3.1 理解矩阵秩的概念以及关于子式的一个充分必要条件.
 - 3.2 理解秩在初等变换下的不变性, 掌握用初等变换法求矩阵的秩以及向量组秩.

3.3 熟知矩阵秩的有关结论.

4. 线性方程组

4.1 熟知线性方程组的矩阵形式和向量形式, 掌握方程组有解判别定理以及判别解各种情形的条件.

4.2 理解线性方程组解的结构与齐次线性方程组基础解系的概念.

4.3 掌握用初等变换方法, 求齐次与非齐次线性方程组的通解 (包括含参数的方程组).

五、线性空间

1. 线性空间

1.1 理解线性空间的定义, 特别是对于数域的理解和加法与数乘两种运算的理解以及关于运算的封闭性的理解.

1.2 熟知一些常见的线性空间, 如 R^n 空间, $R^{m \times n}$ 空间, $R[x]_n$ 空间, $C[a,b]$ 空间等, 清楚这些空间上所定义的线性运算.

1.3 熟知线性空间上的一些简单性质.

2. 基与维数

2.1 理解线性空间基与维数的概念, 注重其本质的含义.

2.2 熟知一些常见线性空间中的一组基和它们的维数.

2.3 理解坐标的概念, 清楚坐标与 R^n 空间中元素在概念上的区别与形式上的一致性.

2.4 理解过渡矩阵的概念, 熟知基变换公式与坐标变换的公式.

3. 线性子空间

3.1 理解线性子空间的概念以及关于线性运算的封闭性的本质.

3.2 熟知由一组向量张成的子空间概念及有关性质.

3.3 理解子空间的交与和的概念, 熟知维数公式.

3.4 理解子空间直和的概念, 熟知子空间构成直和的各充分必要条件.

4. 同构

4.1 了解映射的概念, 1-1 对应的概念以及逆映射的概念.

4.2 了解同构映射与线性空间同构的概念.

4.3 了解 n 维线性空间到 R^n 的同构映射与同构关系.

六、线性变换

1. 线性变换及基本运算

1.1 理解线性变换的概念, 熟知一些线性变换的基本性质.

1.2 熟知线性变换的线性运算与乘法运算及其运算规律.

2. 线性变换的矩阵

2.1 理解线性变换的矩阵概念, 理解线性变换与矩阵的 1-1 对应关系, 以及运算间的对应关系.

2.2 会写出一些线性变换在一组基下的矩阵.

2.3 清楚线性变换在不同基下的矩阵相似性关系.

3. 特征值与特征向量

3.1 理解线性变换和矩阵的特征值特征向量概念, 清楚线性变换与对应矩阵的特征值特征向量的关系.

3.2 掌握计算特征值与特征向量的方法.

3.3 熟知特征值特征向量的基本性质, 清楚矩阵的相似性在特征值问题上的不变性.

3.4 了解 Hamilton-Cayley 定理的结论, 了解矩阵最小多项式的概念及其基本性质.

4. 相似于对角矩阵

4.1 熟知矩阵相似于对角矩阵的条件, 知道对应于线性变换的结论.

4.2 清楚特征子空间的概念及特征值的代数重数与几何重数的概念.

5. 不变子空间

5.1 理解线性变换 (矩阵) 值域与核的概念, 清楚有关性质与结论.

5.2 理解线性变换 (矩阵) 不变子空间的概念, 了解有关性质与结论.

七、内积空间

1. 内积空间

- 1.1 理解内积空间的概念, 理解向量内积的定义及其基本性质. 理解向量长度和距离的概念.
- 1.2 熟知一些常见的内积空间, 如 R^n 空间, $R[x]_n$ 空间等, 清楚这些空间上所定义的内积.
2. 标准正交基
 - 2.1 理解向量正交的概念; 理解(标准)正交基的概念.
 - 2.2 掌握向量组的标准正交化过程.
3. 正交变换
 - 3.1 理解正交矩阵的概念及其性质.
 - 3.2 理解正交变换的概念及其性质.
4. 正交补空间
 - 4.1 理解子空间的正交补空间的概念.
 - 4.2 熟知正交补空间的性质.
 - 4.3 了解正交投影的概念.
 - 4.4 了解最小二乘问题的提法以及一些理论结果.
5. 实对称矩阵的相似性
 - 5.1 了解对称变换的概念.
 - 5.2 熟知实对称矩阵的特征值特征向量的性质.
 - 5.3 掌握对称矩阵正交相似于对角矩阵的计算方法.
6. 酉空间
 - 6.1 了解酉空间的概念.
 - 6.2 了解酉变换的概念.
 - 6.3 了解 Hermite 矩阵的概念及其特征值的性质.
- 八、二次型
 1. 二次型的概念
 - 1.1 掌握二次型及其矩阵表示.
 - 1.2 理解二次型的非退化线性替换与矩阵合同的关系.
 2. 二次型的标准形
 - 2.1 清楚二次型标准形的概念及其结论, 并知道矩阵语言的描述.
 - 2.2 掌握化二次型为标准形的方法, 配方法, 初等变换法, 正交变换法.
 3. 二次型的规范形
 - 3.1 理解二次型的惯性定理, 清楚规范形的唯一性.
 4. 正定性
 - 4.1 理解正(半)定二次型与正(半)定矩阵等概念.
 - 4.2 掌握正定矩阵的几个充分必要条件及判别方法.
- 九、 λ -矩阵
 1. λ -矩阵
 - 1.1 清楚 λ -矩阵的定义以及有关基本性质.
 - 1.2 理解 λ -矩阵可逆的条件.
 2. λ -矩阵的标准形
 - 2.1 掌握 λ -矩阵的初等变换(初等矩阵)以及等价的概念.
 - 2.2 清楚 λ -矩阵的标准形定义, 并且掌握化 λ -矩阵为标准形的方法.
 3. 三个因子
 - 3.1 理解 λ -矩阵的行列式因子、不变因子的概念以及相互关系.
 - 3.2 理解行列式因子、不变因子的不变性性质.
 - 3.3 理解特征矩阵的概念以及矩阵初等因子概念.
 - 3.4 理解上述三种因子的相互关系, 并掌握计算这些因子的方法.
 - 3.5 清楚矩阵相似的条件.
 4. Jordan 标准形
 - 4.1 清楚矩阵的 Jordan 标准形以及矩阵相似 Jordan 标准形的结论.

4.2 掌握利用初等因子写出矩阵的 Jordan 标准形.

十、双线性函数

1. 对偶空间

1.1 了解线性函数的概念.

1.2 了解对偶基与对偶空间的概念.

2. 双线性函数

2.1 了解双线性函数的概念.

2.2 了解双线性函数与矩阵的对应关系.

2.3 了解对称双线性函数的概念。