

考试科目：811 高等代数

适用专业：数学、系统科学、统计学

一、复习要求：

要求考生熟练掌握高等代数的基本理论以及常用的技巧和方法，能够熟练地综合运用高等代数的理论和方法去求解和证明有关问题

二、主要复习内容：

1. 行列式

行列式的定义、性质和常用计算方法（如：三角化法、加边法、降阶法、递推法、裂项法、范得蒙行列式法、数学归纳法、作辅助行列式法）。

重点： n 阶行列式的计算。

2. 矩阵理论

矩阵的运算，分块矩阵的初等变换与矩阵的秩，可逆矩阵与伴随矩阵，矩阵的三种等价关系（等价、合同、相似），矩阵的特征值和特征向量，矩阵的迹，矩阵的最小多项式，矩阵的对角化，矩阵的常用分解（如：等价分解，满秩分解，实对称矩阵的正交相似分解，实可逆阵的正交三角分解，Jordan 分解），几种特殊矩阵的常用性质（如：准对角阵，对称阵与反对称阵，幂等阵，幂零阵，对合阵，正交阵）。

重点：利用分块矩阵的初等变换证明有关矩阵秩的等式与不等式，矩阵的逆与伴随矩阵的性质与求法，矩阵的三种等价关系的关系，矩阵对角化的判断（特别是多个矩阵的同时对角化问题）和证明，矩阵分解的证明及应用（特别是实对称矩阵的正交相似分解，Jordan 标准型的计算与有关证明）。

3. 线性方程组

Cramer 法则，齐次线性方程组有非零解的充要条件及基础解系的求法和有关证明，非齐次线性方程组的解法和解的结构。

重点：非齐次线性方程组解的结构与其导出组的基础解系的有关证明。特殊方程组求解。

4. 多项式理论

多项式的整除，最大公因式与最小公倍式，多项式的互素，不可约多项式与因式分解，多项式函数与多项式的根。

重点：运用多项式理论证明有关问题，如多项式的互素和不可约多项式的性质的有关证明与应用；重要定理的证明，如因式分解唯一性定理，Eisenstein 判别法，Gauss 引理等，不可约多项式的证明。

5. 二次型理论

二次型线性空间与对称矩阵空间同构，化二次型为标准形和正规形，Sylvester 惯性定律，正定、半正定、负定、半负定及不定二次型的定义和性质，正定矩阵的一些重要结论及其应用。

重点：正定和半正定矩阵的有关证明， n 级方阵按合同关系的分类问题，实对称矩阵有关证明。

6. 线性空间与欧氏空间

线性空间的定义，向量组的线性关系（线性相关与线性无关，向量组的等价，极大线性无关组的求法，替换定理），基与扩充基定理，维数公式，坐标变换，基变换与坐标变换，生成子空间，子空间的交与和（包括直和），内积和欧氏空间的定义及简单性质，子空间的正交补，度量矩阵与标准正交基的求法以及性质的证明和应用，线性空间的同构。

重点：向量组的线性相关与线性无关的综合证明，判断一个向量是否由一组向量表示及如何表示，求向量组的极大无关组并用之表示其余向量，维数公式的证明及应用，特别是子空间直和

的有关证明，标准正交基的求法及其性质的有关证明。

7. 线性变换

线性变换的定义、运算与矩阵，线性变换的核与值域，不变子空间，线性变换的特征根与特征向量，特征子空间，线性变换的对角化，正交变换、对称变换与反对称变换，线性变换与其矩阵对应关系的应用以及其特征值、特征向量等有关性质。

重点：线性变换与其矩阵对应关系的应用，线性变换的对角化，线性变换的核与值域。正交变换、对称变换与反对称变换有关的证明。最小多项式和对角化的关系。

三、参考书目：

1. 《高等代数》（第3版）北京大学 高等教育出版社 2004年
2. 《线性代数》（第1版）李尚志 高等教育出版社 2006年5月