

黑龙江大学硕士研究生入学考试大纲

考试科目名称：高等代数 考试科目代码：[820]

一、考试内容及要求

一、行列式

1. 内容：行列式概念及性质，行列式按行(列)展开。

2. 要求：

- ①理解数域的概念，掌握常见的数域和最小数域。
- ②理解 n 阶行列式的定义，掌握行列式性质。
- ③能用行列式定义、性质(包括按行(列)展开的性质)递推及归纳法等计算行列式。

二、矩阵

1. 内容：矩阵的概念，矩阵运算，逆矩阵和克莱姆法则，分块矩阵，初等变换和初等阵，矩阵的等价分解，矩阵的秩，初等块矩阵及等价分解的应用。

2. 要求：

- ①理解矩阵概念及相关运算法则，能熟练地进行矩阵的相关运算，掌握行列式乘法定理。
- ②理解逆矩阵的概念，掌握伴随矩阵求逆方法，掌握矩阵可逆充要条件并用于判别，理解克莱姆法则并用于求解线性方程组。
- ③了解分块矩阵的运算法则，准确用于计算。
- ④理解三种初等变换及相应的初等阵，了解初等阵是可逆阵的乘法生成元。
- ⑤理解矩阵的等价分解，理解矩阵秩的定义，能用初等变换求矩阵秩及逆矩阵。
- ⑥能利用等价分解、分块矩阵、初等矩阵及归纳法等解决一些矩阵分解，求秩相关的计算和证明问题。

三、 n 维向量与线性方程组

1. 内容： n 维向量，向量的线性相关性，向量组的秩，消去法解线性方程组，线性方程组解的判定，线性方程组解的结构。

2. 要求：

- ①掌握 n 维向量线性表出，线性相关，线性无关的概念，能进行判别及相关的证明。
- ②理解向量组的秩，矩阵的三秩相等定理，掌握向量组的秩以及极大无关组的概念，

会求极大无关组以及向量组的秩。

③能用消去法解线性方程组，特别能对带参数的方程组进行解的情况的讨论。

④掌握齐次方程组基础解系定理，一般线性方程组解的结构定理，并能用于解决有关问题。

四、特征值与特征向量

1. 内容：特征值与特征向量，相似矩阵， \mathbb{R}^n 空间内积，正交阵，实对称阵的正交对角化。

2. 要求：

①掌握特征值与特征向量的概念及求法。

②理解矩阵相似的概念，理解矩阵相似于对角阵的充要条件及充分条件，会进行相关的计算和证明。

③掌握施密特正交化方法并能用于将实对称阵正交对角化。

④理解正交阵的概念及等价条件，利用实对称阵正交对角化定理解决一些论证问题。

五、二次型

1. 内容：实二次型，正定二次型，半正定二次型，惯性定理，一般数域上的二次型。

2. 要求：

①掌握一般二次型的概念，用矩阵和内积分别表示二次型的方法。

②理解实二次型的惯性定理，掌握实数域及一般数域上二次型的标准形及其求法。

③理解正定二次型，半正定二次型的概念及若干等价条件并能用于相关计算与证明。

六、多项式

1. 内容：一元多项式，整除，最大公因式，因式分解定理，重因式，多项式函数，复系数及实系数多项式因式分解，有理系数多项式。

2. 要求：

①掌握数域上一元多项式的概念及相关运算(包括带余除法)。

②理解多项式整除及最大公因式等概念，会用辗转相除法求最大公因式。

③理解因式分解定理及其唯一性的含义，掌握有重因式的充要条件，并能用于判别。

④理解多项式恒等与多项式函数相等的关系，能利用恒等或判别恒等解决相关问题。

⑤掌握整系数多项式的有理根判别法以及关于不可约的Eisenstein判别法解决某些问题。

⑥了解复系数多项式的代数基本定理，理解实系数多项式的虚根成对定理，并能用于简单证明。

七、线性空间

1. 内容：线性空间定义及简单性质，维数，基底与坐标，基变换与坐标变换，线性子空间，子空间的交与和，子空间的直和，线性空间的同构。

2. 要求：

- ①理解线性空间的公理化定义，掌握其简单性质。
- ②掌握线性空间维数，基底，坐标等概念，掌握基变换及坐标变换公式进行有关计算。
- ③掌握线性子空间，交子空间，和子空间的概念及交与和的维数公式。
- ④理解子空间直和的概念，掌握直和的几个充要条件并能用于相关证明和计算。
- ⑤理解线性空间的同构概念，掌握有限维线性空间同构的条件。

八、线性变换

1. 内容：线性变换及其运算，线性变换的矩阵，哈密顿-凯莱定理，线性变换的值域与核，不变子空间，若当标准形介绍，最小多项式，矩阵相似与 λ -矩阵。

2. 要求：

- ①掌握线性变换概念并能用于判别，理解线性变换的加法，数乘，乘法运算。
- ②掌握线性变换的矩阵表示及其求法，了解哈密顿-凯莱定理。
- ③理解线性变换的值域与核的概念，并了解其与线性方程组基础解系定理之间关系。
- ④理解线性变换不变子空间的概念，掌握空间分解为不变子空间直和与矩阵相似于准对角阵之关系。
- ⑤了解复矩阵若当标准形的结构，能用 λ -矩阵方法求一个复矩阵的若当标准形。
- ⑥了解最小多项式的概念，会求简单阵的最小多项式。
- ⑦了解用 λ -矩阵表述的矩阵相似的几个充要条件。

九、欧氏空间

1. 内容：欧氏空间定义及其基本性质，标准正交基，同构，正交变换，子空间，对称变换，最小二乘法，酉空间。

2. 要求：

- ①掌握抽象欧氏空间的定义及其基本性质。
- ②理解标准正交基及欧氏空间同构的概念，会求一个欧氏空间的标准正交基。

- ③掌握有限维欧氏空间的正交变换的定义及其等价条件并能用于证明。
- ④理解欧氏空间子空间及其正交补的概念，会进行相关计算与证明。
- ⑤了解对称变换及其矩阵表示，了解最小二乘法的思想。
- ⑥了解酉空间的概念及与欧氏空间相平行的结论。

二、试卷结构

- 1. 考试时间：180 分钟
- 2. 试卷分值：150 分
- 3. 题型结构：(1) 多项选择与填空(约占 20-30 分)
(2) 计算题(约占 50-60 分)
(3) 证明题(约占 60-70 分)

三、参考书目

- 1. 曹重光，线性代数，内蒙古科学技术出版社，1999.
- 2. 北京大学数学系几何与代数教研室前代数小组，高等代数(第三版)，高等教育出版社，2003.