# 610数学分析初试考试大纲

| 科目名称 | 数学分析 | 科目代码 | 610 |
|---|---|---|---|

一、考试范围及要点

**1．变量、函数、极限、连续**

理解函数的概念，掌握函数的几何特性，理解复合函数，反函数，掌握基本初等函数的性质及图形。理解数列极限的定义，会利用定义来证明数列的极限。掌握数列极限的性质，了解有界数列的定义，掌握数列极限的运算，掌握单调有界数列的定义，了解极限存在的判别法（单调有界数列比有极限）。了解无穷大量和无穷小量的阶的定义，了解无穷大量和无穷小量的几何意义。掌握无穷大量和无穷小量的关系和一些运算法则。理解函数在一点的极限的定义及其几何意义，掌握函数极限的性质和运算法则。掌握函数极限和数列极限之间的关系。理解单侧极限的定义（左极限、右极限），掌握函数在无穷远处极限和函数值趋于无穷大时极限的定义（正无限远和负无限远），掌握两个常用的不等式和两个重要的极限（夹逼准则和单调有界准则），会用两个极限求极限。掌握函数在一点连续的定义（连续、左连续、右连续），理解连续函数的性质和运算，了解初等函数的连续性，了解不连续点的定义，会判断函数的间断点及其类型（第一类、第二类和可移），了解闭区间上连续函数的性质（有界性、具有最大最小值、零点存在定理），掌握函数一致连续的定义及其几何意义，会利用定义证明函数的一致连续性。理解子列、上确界和下确界的定义，并会求数列的上下确界。掌握实数的基本定理（区间套定理，致密性定理，柯西收敛原理，有限覆盖定理），了解闭区间上连续函数性质的证明。

**2． 单变量微分学**

理解导数和微分的定义及几何意义，了解函数的可导性与连续性之间的关系。会利用定义求简单函数的导数，掌握简单函数的导数公式和求导法则（和差运算、数乘运算、乘积运算、相除运算），掌握反函数和复合函数的求导法，了解对数函数求导法。了解微分的运算法则和一阶形式不变性，理解高阶导数与高阶微分的定义，会求隐函数及参数方程所表示的函数的一阶和高阶导数，了解不可导函数的形式，掌握高阶导数的运算法则。理解并会运用微分学的基本定理（费尔马定理，拉格朗日定理，柯希定理），会利用导数作近似计算，掌握泰勒公式，会求函数在给定点的泰勒展开式。掌握函数的极大值与极小值，最大值和最小值，凸性和函数的升降，掌握用导数判断函数的单调性和求极值的方法。掌握渐近线的求法（水平、垂直和斜渐近线）。根据导数判断所给函数的上升与下

降，凸性和极值，并出函数的图形。知道什么是曲线的曲率，弧长的微分，掌握曲率的计算，了解待定型（$\frac{0}{0}$及$\frac{\infty}{\infty}$待定型），掌握求待定型的方法（洛必达法则），会求方程的近似解。

**3．单变量积分学**

理解不定积分和定积分的定义及性质，掌握不定积分的基本公式与运算法则，会计算不定积分（“凑”微分法、换元积分法、分部积分法、有理函数积分法），会求简单的有理函数的积分，掌握其他类型的积分法。掌握定积分存在的充分必要条件（第一充要条件、第二充要条件），了解可积函数类，掌握定积分的计算－－基本公式（牛顿－莱布尼兹公式）、换元公式、分部积分公式，会利用定积分来求和式的极限。了解椭圆积分（第一类、第二类、第三类）。掌握定积分的应用和近似计算，会计算平面图形的面积，曲线的弧长，体积，旋转曲面的面积，质心，平均值，功。知道广义积分分为无限区间上的广义积分和无界函数的积分两种，了解无穷限广义积分和无界函数广义积分的概念，会利用定义来求这两类广义积分。了解无穷限广义积分和级数之间的关系，掌握这两类积分收敛的判别法（比较判别发、柯希判别法及其极限形式），会证明广义积分的敛散性，了解什么是柯西主值，会求广义积分的柯西主值。

**4． 数项级数，函数项级数，幂级数**

理解上极限和下极限的概念以及上下极限和极限的关系。理解无穷级数和级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛的定义，了解收敛级数的一些基本性质，掌握柯西收敛原理，会利用柯西收敛原理判别级数的收敛性。理解正项级数的定义，掌握正相级数收敛的基本定理和判别法（比较判别发、柯西判别法、达朗贝尔判别法及其极限形式），了解柯西积分判别法，并会利用这些判别法来证明正项级数的敛散性。理解绝对收敛和条件收敛的定义及其之间的关系。掌握交错级数的莱布尼兹定理，掌握阿贝尔判别法和狄立克莱判别法，并会利用他们来判断任意项级数的敛散性。了解绝对收敛级数和条件收敛级数的性质。理解函数项级数的概念，掌握一致收敛的定义及一致收敛级数的几何意义，会判断函数列的一致收敛性（$\|s_n - s\| = \sup_{x\in X}\left| s_n(x) - s(x) \right|$），理解一致收敛级数的性质（和的连续性、逐项求导、逐项求积），掌握一致收敛级数的判别法（魏尔斯特拉斯判别法、狄尼定理、狄立克莱判别法、阿贝尔判别法），会讨论函数项级数的敛散性。理解幂级数的定义及性质，会求幂级数的收敛半径，了解函数的幂级数展开，并会对简单的函数进行幂级数展开，了解魏尔斯特拉斯逼近定理。理解富里埃级数的定义和形式，掌握黎曼引理，了解富里埃级数的一些性质，理解狄尼定理及其推论，掌握 lipschitz 判别法，掌握函数的富里埃级数展开，会将简单函数展开为富里埃级数（正弦级数和余

弦级数)。了解周期为 T 的函数的富里埃级数展开，知道富里埃级数的复数形式，了解富里埃变换和富里埃逆变换的概念，掌握富里埃变换的一些性质（线性、平移、导数、复数)，会求函数的富里埃变换。

**5. 多元函数的极限论**

掌握平面点集上的有关定义（邻域，点列的极限，开集，闭集，区域，内点，外点、聚点)，了解平面点集的几个基本定理（矩形套定理、致密性定理、有限覆盖定理、收敛原理)，理解多元函数的概念（二元函数)，理解二元函数极限和连续性的定义，了解有界闭区域上连续函数的性质（有界性定理、一致连续性定理、最大值最小值定理、零点存在定理)，掌握二重极限和二次极限的定义，并会求二元函数的二重极限和二次极限，了解二重极限和二次极限之间的关系。

**6. 多变量微分学**

理解偏导数和全微分的定义，了解全微分存在的必要条件和充分条件，会求多元函数的偏导数和全微分。理解高阶偏导数和高阶全微分的概念，掌握复合函数求偏导的链式法则，会求复合函数的二阶偏导数，会求隐函数（包括由方程（组）所确定的隐函数）的偏导数。了解空间曲线的切线与法平面的求法，曲面的切平面与法线的求法，理解方向导数与梯度的概念及其计算方法。知道多元函数的泰勒公式。了解极值，极值点和条件极值的概念，会求函数的极值，了解最最小二乘法，理解方程或方程组的隐函数存在定理，理解函数行列式的性质。

**7. 含参变量的积分和广义积分**

理解含参变量的积分及由含参变量积分所确定的函数的性质（连续性，可微性，可积性)，了解含参变量广义积分的定义，掌握一致收敛的定义，一致收敛积分的判别法（魏尔斯特拉斯判别法)，及一致收敛积分的性质（连续性定理，积分顺序交换定理，积分号下求导定理)，了解欧拉积分。

**8. 多变量积分学**

掌握二重积分、三重积分、第一类曲线积分、第一类曲面积分、第二类曲线积分、第二类曲面积分的概念及其积分的性质。掌握二重积分与三重积分的计算及应用（化二重积分为二次积分，用极坐标计算二重积分，二重积分的一般变量替换，化三重积分为三次积分，三重积分的变量替换)。了解积分在物理上的应用（质心，矩，引力)。了解广义重积分的定义。掌握第一、二类曲线积分和第一、二类曲面积分的计算，会计算曲面的面积，会化第一类曲面积分为二重积分。了解两类曲线积分之间和两类曲面积分之间的联系，掌握各种积分间的联系（格林公式、高斯公式、斯托克司公

| |
|---|
| 式），会利用这些公式计算曲线的积分。会使用平面曲线积分与路径无关的条件，了解场及向量场的散度与旋度的概念。会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量（如体积、曲面面积、弧长、质量、重心、转动惯量、引力、功等）。 |
| 二、考试形式及试卷结构 |
| 闭卷、笔试。<br>计算题和证明题。 |
| 参考书目： |
| 《数学分析》（第 3 版），复旦大学数学系、陈传璋编，高等教育出版社。 |