天津理工大学 2013 年硕士研究生入学考试大纲

一、考试科目：

量子力学(805)

二、考试方式：

考试采用笔试形式，考试时间为 180 分钟，试卷满分为 150 分。

三、试卷结构与分数比重：

题型主要为填空题、计算题和证明题，其中第 1 题为填空题，30 分，第 2～6 题为计算题和证明题，共 120 分。

四、考查的知识范围：

第一章 绪论

以黑体辐射、光电效应、原子结构模型说明经典物理学的困难；光的波粒二象性的提出；爱因斯坦关系；粒子波粒二象性的提出及其实验验证；德布罗意关系；德布罗意波及其波长的计算。

第二章 波函数和薛定谔方程

1、量子力学中用波函数描写微观体系的状态。

$\Psi(x,y,z)\Psi^*(x,y,z)d\tau$ 描写粒子在 x,y,z 处在体积元 $d\tau = dxdydz$ 内的几率。

2、态叠加原理：如果 $\psi_1,\psi_2,...,\psi_n$ 是体系的可能态，则它们的线性叠加

$$\Psi = \sum_n c_n\psi_n,$$

也是体系的一个可能态。换句话说，任意波函数可以按力学量算符的本征函数展开。

3、薛定谔方程：

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = (-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U)\Psi$$

描述微观体系状态 Ψ 随时间变化的规律。特别是在势能 U 与时间无关的情况下，则有定态波函数 $\Psi = \psi\exp(-\frac{i}{\hbar}Et)$ 存在，ψ 满足定态薛定谔方程

$$(-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U)\Psi = E\psi.$$

定态薛定谔方程是能量算符的本征值方程。

在解定态薛定谔方程时，要用波函数满足的三个基本条件（连续性、有限性和单值性）以及规一性来确定相关常数。

4、几率流密度和几率密度满足连续性方程

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} + \nabla\cdot\mathbf{J} = 0.$$

说明该方程所表述的物理意义；记住符号 ∇ 在球面座标中的表示。

5、掌握一维无限深势阱型题的解法。

6、了解线性谐振子问题的解法，掌握谐振子能量的表示及其与经典振子的区别。

7、何谓隧道效应？该效应是由微观粒子的波动性所决定的。

第三章 量子力学中的力学量

1、量子力学中的力学量用厄密算符 $\hat{F}$ 表示：

（1）牢记厄密算符的定义。

（2）掌握厄密算符的性质：

厄密算符的本征值 λ_n 是实数；厄密算符的本征函数 ψ_n 具有正交规一性

$$\int \psi_m^* \psi_n d\tau = \delta_{mn},$$

和完全性，即任意函数 $\Psi(x)$ 可以按厄密算符的本征函数 ψ_n 展开：

$$\Psi(x) = \sum_n c_n \psi_n(x),(\text{连续时}\Psi(x)=\int c_\lambda \psi_\lambda(x)d\lambda),$$

$$c_n = \int \psi_n(x)\Psi(x)dx\text{，（连续时}c_\lambda = \int \psi_\lambda^* \Psi(x)dx\text{）}.$$

这表明，体系在任意态 $\Psi(x)$ 下测量力学量 F 得到结果为 λ_n 的几率为 $|c_n|^2$。

2、力学量的平均值：

$$\overline{F} = (\int \Psi^*(x)\hat{F}\Psi(x)dx)/(\int \Psi^*(x)\Psi(x)dx) = \sum_n \lambda_n |c_n|^2.$$

3、量子力学中的几个力学量算符：

（1）动量算符 $\hat{p}$ 的本征值 $\overline{p}$ 和本征函数

$$\psi_{\overline{p}} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{3/2}}\exp(\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{r}).$$

（2）角动量平方算符 $\hat{L}^2$ 的本征值 $l(l+1)\hbar^2$ 和本征函数 $Y_{lm}(\theta,\varphi)$.

（3）掌握角动量 z 分量算符 $L_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}$ 的本征值和本征函数的解法。

（4）了解氢原子哈密顿算符 $\hat{H}$ 本征函数和本征值的解法及形式：

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi);$$

$$E_n = -\frac{Z^2 e_s^4}{2\hbar^2 n^2}, n^2\text{ 度简并。}$$

4、力学量算符之间的关系：

如果两个力学量算符满足

$$[\hat{F},\hat{G}]=\hat{F}\hat{G}-\hat{G}\hat{F}=i\hat{k}$$，有

（1）若 $\hat{k}=0$，则两算符对易它们有共同的本征函数；

（2）若 $\hat{k}\neq 0$，则两算符不对易，且有测不准关系：

$$\overline{(\Delta F)^2}\,\overline{(\Delta G)^2}\geq\frac{\overline{k^2}}{4}.$$

例如，$\overline{(\Delta x)^2(\Delta p)^2}\geq\dfrac{\hbar^2}{4}$，$\overline{(\Delta E)^2}\,\overline{(\Delta t)^2}\geq\dfrac{\hbar^2}{4}$，$\Delta\nu\Delta t=\dfrac{1}{4\pi}$.

第四章 态和力学量的表象

1、态和力学量的表象，实际是指座标表象（即以座标为自变量）中的波函数 $\Psi(x,t)$ 和算符 $\hat{F}$ 在任意 Q 表象中的矩阵表述形式。

（1）设（座标表象中的）算符 $\hat{Q}$ 的本征函数为 $u_n(x)$，将 $\Psi(x,t)$ 按 $u_n(x)$ 展开：

$$\Psi(x)=\sum_n a_n(t)u_n(x),$$

则 $\Psi(x,t)$ 在 Q 表象中的表述是

$$\Psi=\begin{pmatrix}a_1(t)\\ a_2(t)\\ \vdots\\ a_{n1}(t)\\ \vdots\end{pmatrix},\ \Psi^+=(a_1(t),a_2(t),\cdots,\ a_n(t),\cdots).$$

(2)算符 $\hat{F}$ 在 Q 表象中的表述是

$$F=\begin{pmatrix}F_{11} & F_{12} & \cdots & F_{1m}\\ F_{21} & F_{22} & \cdots & F_{2m}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ F_{n1} & F_{n2} & \cdots & F_{nm}\end{pmatrix}，其中，F_{nm}=\int u_n^*(x)\hat{F}u_m(x)dx。$$

2、用矩阵表述的量子力学公式：

（1）平均值公式：

$$\overline{F}=\Psi^+F\Psi.$$

第1章　本征值公式：

$$F\Psi=\lambda\Psi.$$

掌握用矩阵方程解本征函数和本征值的方法。

（1）薛定谔方程：

$$i\hbar\frac{d\mathrm{B}\Psi}{dt}=H\Psi.$$

3、么阵变换：

将一个表象 A 中的态和力学量用么阵矩阵变换到另一个表象 B 的方法：

$$b=S^{+}a \text{ 和 } F^{'}=S^{+}FS.$$

式中的 S 是么阵矩阵，它满足

$$S^{+}=S^{-1}.$$

4、狄拉克符号及用之表示的量子力学公式。

第五章 微扰理论

1、定态微扰理论：

了解体系有微扰时能量和波函数的修正方法。

2、与时间有关的微扰理论：

了解在周期围绕下光的吸收和发射的处理方法和光谱线选择定则的导出。

第六章 散射

3、知道微分散射截面和总散射界面的意义。

4、了解量子力学中如何由解薛定谔方程来求散射截面。

第七章 自旋和全同粒子

1、电子的自旋

（1)、自旋算符

$$\hat{S}=\frac{\hbar}{2}\hat{\sigma}.$$

对易关系：

$$\hat{S}\times S=i\hbar\hat{S},\hat{\sigma}\times\hat{\sigma}=2i\hat{\sigma};$$

$$S_xS_y+S_yS_x=0\text{，等等，}\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_x=0\text{ 等等。}$$

平方算符：

$$\hat{S}_x^2=\hat{S}_y^2=\hat{S}_z^2=\frac{\hbar^2}{4}\text{，}\hat{\sigma}_x^2=\hat{\sigma}_y^2=\hat{\sigma}_z^2=1.$$

泡利矩阵：

$$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\text{，}\sigma_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}\text{，}\sigma_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}.$$

(2)自旋函数（考虑电子自旋后）

$$\Psi=\begin{pmatrix}\Psi_1\\\Psi_2\end{pmatrix}.$$

当电子的自旋与轨道相互作用可以略去时，

$$\Psi(x,y,z,s_z,t)=\Psi(x,y,z,t)\chi(s_z).$$

S_z 的本征函数：

$$\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}，\ \chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2、全同粒子体系：

全同例子的不可区分性，全同性原理，波函数的对称性。