

中国农业科学院  
2013 年硕士研究生统一入学考试自命题科目考试大纲

科目代码： 601

考试科目：高等数学

### 一、考查目标

要求考生比较系统地理解高等数学的基本概念和基本理论，掌握数学的基本方法，具备一定的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力、空间想象力和综合运用所学知识分析问题和解决实际问题的能力。

### 二、考试形式和试卷结构

#### 1. 试卷满分及考试时间

试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

#### 2. 答题方式

闭卷、笔试。

#### 3. 试卷内容结构

考试内容包括微积分、线性代数和概率论与数理统计三部分。其中微积分的分值约占 60% 左右，线性代数和概率论与数理统计各占 20%。题型包括单项选择、填空、解答题等。

### 三、考试大纲

#### 《微积分》部分

##### （一）函数、极限、连续

##### 考试内容

函数的概念及表示法，函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性，复合函数、反函数、分段函数和隐函数，基本初等函数的性质及其图形，初等函数，函数关系的建立。

数列极限与函数极限的定义及其性质，函数的左极限和右极限，无穷小量和无穷大量的概念及其关系，无穷小量的性质及无穷小量的比较，极限的四则运算，极限存在的两个准则：单调有界准则和夹逼准则，两个重要极限：

函数连续的概念，函数间断点的类型，初等函数的连续性，闭区间上连续函数的性质。

##### 考试要求

1. 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。
3. 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。
5. 了解数列极限和函数极限（包括左极限和右极限）的概念。
6. 了解极限的性质与极限存在的两个准则，掌握极限四则运算法则，掌握利用两个重要极限求极限的方法。
7. 理解无穷小量的概念和基本性质，掌握无穷小量的比较方法，了解无穷大量的概念及其无穷小量的关系。
8. 理解函数连续性的概念（含左连续和右连续），会判别函数间断点的类型。
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

##### （二）一元函数微分学

### 考试内容

导数和微分的概念，导数的几何意义，函数的可导性与连续性之间的关系，平面曲线的切线和法线，导数和微分的四则运算，基本初等函数的导数，复合函数和隐函数的微分法，高阶导数，微分中值定理，洛必达法则，函数单调性的判别，函数的极值，函数图形的凹凸性、拐点及渐近线，函数的最大值和最小值。

### 考试要求

1. 理解导数的概念及可导性与连续性之间的关系，了解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程。
2. 掌握基本初等函数的导数公式、导数的四则运算法则及复合函数的求导法则，会求分段函数的导数，会求隐函数的导数。
3. 了解高阶导数的概念，掌握二阶导数的求法。
4. 了解微分的概念以及导数与微分之间的关系，会求函数的微分。
5. 理解罗尔 (Rolle) 定理和拉格朗日 (Lagrange) 中值定理，掌握这两个定理的简单应用。
6. 会用洛必达法则求极限。
7. 掌握函数单调性的判别方法，了解函数极值的概念，掌握函数极值、最大值和最小值的求法及其应用。
8. 会用导数判断函数图形的凹凸性 (在区间  $(a, b)$  内，设函数  $f(x)$  具有二阶导数，当  $f''(x) > 0$  时， $f(x)$  的图形是凹的；当  $f''(x) < 0$  时， $f(x)$  的图形是凸的)，会求函数图形的拐点和渐近线 (水平、铅直渐近线)。

### (三) 一元函数积分学

#### 考试内容

原函数和不定积分的概念，不定积分的基本性质，基本积分公式，定积分的概念和基本性质，定积分中值定理，积分上限的函数及其导数，牛顿—莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式，不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法，反常 (广义) 积分，定积分的应用。

#### 考试要求

1. 理解原函数与不定积分的概念，掌握不定积分的基本性质和基本积分公式，掌握不定积分的换元积分法和分部积分法。
2. 了解定积分的概念和基本性质，了解定积分中值定理，理解积分上限的函数并会求它的导数，掌握牛顿—莱布尼茨公式以及定积分的换元积分法和分部积分法。
3. 会利用定积分计算平面图形的面积和旋转体的体积。
4. 了解无穷区间上的反常积分的概念，会计算无穷区间上的反常积分。

### (四) 多元函数微积分学

#### 考试内容

多元函数的概念，二元函数的几何意义，二元函数的极限与连续的概念，多元函数偏导数的概念与计算，多元复合函数的求导法与隐函数求导法，二阶偏导数，全微分，多元函数的极值和条件极值，二重积分的概念、基本性质和计算。

#### 考试要求

1. 了解多元函数的概念，了解二元函数的几何意义。
2. 了解二元函数的极限与连续的概念。
3. 了解多元函数偏导数与全微分的概念，会求多元复合函数一阶、二阶偏导数，会求全微分，会求多元隐函数的偏导数。
4. 了解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函

数极值存在的充分条件。

5. 了解二重积分的概念与基本性质，掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）。

#### （五）常微分方程

### 考试内容

常微分方程的基本概念，变量可分离的微分方程，一阶线性微分方程

### 考试要求

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的求解方法。

### 《线性代数》部分

#### （一）行列式

### 考试内容

行列式的概念和基本性质，行列式按行（列）展开定理。

### 考试要求

1. 了解行列式的概念，掌握行列式的性质。
2. 会应用行列式的性质和行列式按行（列）展开定理计算行列式。

#### （二）矩阵

### 考试内容

矩阵的概念，矩阵的线性运算，矩阵的乘法，方阵的幂，方阵乘积的行列式，矩阵的转置，逆矩阵的概念和性质，矩阵可逆的充分必要条件，伴随矩阵，矩阵的初等变换，初等矩阵，矩阵的秩，矩阵的等价。

### 考试要求

1. 理解矩阵的概念，了解单位矩阵、对角矩阵、三角矩阵的定义及性质，了解对称矩阵、反对称矩阵及正交矩阵等的定义和性质。
2. 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律，了解方阵的幂与方阵乘积的行列式的性质。
3. 理解逆矩阵的概念，掌握逆矩阵的性质以及矩阵可逆的充分必要条件，了解伴随矩阵的概念，会用伴随矩阵求逆矩阵。
4. 了解矩阵的初等变换和初等矩阵及矩阵等价的定义，理解矩阵的秩的概念，掌握用初等变换求矩阵的逆矩阵和秩的方法。

#### （三）向量

### 考试内容

向量的概念，向量的线性组合与线性表示，向量组的线性相关与线性无关，向量组的极大线性无关组，等价向量组，向量组的秩，向量组的秩与矩阵的秩之间的关系

### 考试要求

1. 了解向量的概念，掌握向量的加法和数乘运算法则。
2. 理解向量的线性组合与线性表示、向量组线性相关、线性无关等概念，掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法。
3. 理解向量组的极大线性无关组和秩的概念，会求向量组的极大线性无关组及秩。
4. 了解向量组等价的定义，了解矩阵的秩与其行（列）向量组的秩之间的关系。

#### （四）线性方程组

### 考试内容

线性方程组的克莱姆（Cramer）法则，齐次线性方程组有解和无解的判定，齐次线性方程



组的基础解系和通解，非齐次线性方程组的解与相应齐次线性方程组的解之间的关系，非齐次线性方程组的通解。

考试要求

1. 会用克莱姆法则解线性方程组。
2. 掌握非齐次线性方程组有解和无解的判定方法。
3. 理解齐次线性方程组的基础解系的概念，掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法。
4. 了解非齐次线性方程组的结构及通解的概念。
5. 掌握用初等行变换求解线性方程组的方法。

(五) 矩阵的特征值和特征向量

考试内容

矩阵的特征值和特征向量的概念、性质，相似矩阵的概念及性质，矩阵可相似对角化的充分必要条件及相似对角矩阵，实对称矩阵的特征值、特征向量及其相似对角矩阵。

考试要求

1. 理解矩阵的特征值、特征向量的概念，掌握矩阵特征值的性质，掌握求矩阵特征值和特征向量的方法。
2. 了解矩阵相似的概念和相似矩阵的性质，了解矩阵可相似对角化的充分必要条件，会将矩阵化为相似对角矩阵。
3. 了解实对称矩阵的特征值和特征向量的性质。

《概率论与数理统计》部分

(一) 随机事件和概率

考试内容

随机事件与样本空间，事件的关系与运算，概率的基本性质，古典型概率，条件概率，概率的基本公式，事件的独立性，独立重复试验。

考试要求

1. 了解样本空间的概念，理解随机事件的概念，掌握事件的关系及运算。
2. 理解概率、条件概率的概念，掌握概率的基本性质，会计算古典型概率，掌握概率的加法公式、减法公式、乘法公式、全概率公式以及贝叶斯 (Bayes) 公式。
3. 理解事件独立性的概念，掌握用事件独立性进行概率计算；理解独立重复试验的概念，掌握计算有关事件概率的方法。

(二) 随机变量及其分布

考试内容

随机变量，随机变量分布函数的概念及其性质，离散型随机变量的概率分布，连续型随机变量的概率密度，常见随机变量的分布，随机变量函数的分布。

考试要求

1. 理解随机变量的概念，理解分布函数  $F(x) = P\{X \leq x\}, (-\infty < x < \infty)$  的概念及性质，会计算与随机变量相联系的事件的概率。
2. 理解离散型随机变量及其概率分布的概念，掌握 0—1 分布、二项分布  $B(n, p)$ 、泊松 (Poisson) 分布  $P(\lambda)$  及其应用。

3. 理解连续型随机变量及其概率密度的概念, 掌握均匀分布  $U(a, b)$ 、正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ 、指数分布及其应用, 其中参数为  $\lambda (\lambda > 0)$  的指数分布  $E(\lambda)$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

4. 会求随机变量简单函数的分布。

### (三) 二维随机变量及其分布

#### 考试内容

二维随机变量及其分布, 二维离散型随机变量的概率分布和边缘分布, 二维连续型随机变量的概率密度和边缘概率密度, 随机变量的独立性和不相关性, 常用二维随机变量的分布, 两个随机变量简单函数的分布。

#### 考试要求

1. 理解二维随机变量的概念, 理解二维随机变量的分布的概念和性质, 理解二维离散型随机变量的概率分布和边缘分布, 理解二维连续型随机变量的概率密度和边缘密度, 会求与二维离散型随机变量相关事件的概率。

2. 理解随机变量的独立性及不相关性的概念, 了解随机变量相互独立的条件。

3. 了解二维均匀分布, 了解二维正态分布  $N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$  的概率密度, 了解其中参数的概率意义。

4. 会求两个独立随机变量和的分布。

### (四) 随机变量的数字特征

#### 考试内容

随机变量的数学期望(均值)、方差、标准差及其性质, 随机变量简单函数的数学期望, 矩、协方差、相关系数及其性质。

#### 考试要求

1. 理解随机变量数字特征(数学期望、方差、标准差、矩、协方差、相关系数)的概念, 会运用数字特征的基本性质, 并掌握常用分布的数字特征。

2. 会求随机变量简单函数的数学期望。

### (五) 大数定律和中心极限定理

#### 考试内容

切比雪夫(Chebyshev)不等式, 切比雪夫大数定律, 伯努利(Bernoulli)大数定律, 棣莫弗—拉普拉斯(De Moivre-Laplace)定理, 列维—林德伯格(Levy-Lindberg)定理。

#### 考试要求

1. 了解切比雪夫不等式。

2. 了解切比雪夫大数定律和伯努利大数定律。

3. 了解棣莫弗—拉普拉斯定理(二项分布以正态分布为极限分布)和列维—林德伯格定理(独立同分布随机变量序列的中心极限定理)。

### (六) 数理统计的基本概念

#### 考试内容

总体, 个体, 简单随机样本, 统计量, 样本均值, 样本方差和样本矩,  $\chi^2$  分布,  $t$  分布,

$F$  分布, 分位数, 正态总体的常用抽样分布。

考试要求

1. 了解总体、简单随机样本、统计量、样本均值、样本方差及样本矩的概念，其中样本方

差定义为 
$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

2. 了解  $\chi^2$  分布、 $t$  分布和  $F$  分布的概念及性质，了解分位数的概念并会查表计算。

3. 了解正态总体的常用抽样分布。