

# 中科院研究生院硕士研究生入学考试

## 《线性代数》考试大纲

### 一、考试性质

中国科学院研究生院硕士研究生入学《线性代数》考试是为招收理学和工学各专业学生而设置的具有选拔功能的业务水平考试。它的主要目的是测试考生对线性代数各项内容的掌握程度和应用相关知识解决问题的能力。考试对象为参加全国硕士研究生入学考试的考生。

### 二、考试的基本要求

要求考生比较系统地理解线性代数的基本概念和基本理论,掌握线性代数的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

### 三、考试方法和考试时间

线性代数考试采用闭卷笔试形式,试卷满分为 150 分,考试时间为 180 分钟。

### 四、考试内容和考试要求

#### 一、行列式

##### 考试内容

行列式的概念和基本性质 行列式计算 行列式按行(列)展开定理 拉普拉斯(Laplace)定理及行列式的乘法法则

##### 考试要求

1. 理解行列式的概念,掌握行列式的性质,了解拉普拉斯(Laplace)定理及行列式的乘法法则。
2. 会应用行列式概念计算行列式,会利用行列式的性质和行列式按行(列)展开定理计算行列式,会运用矩阵的初等行(列)变换计算行列式。

#### 二、向量和矩阵

##### 考试内容

向量的线性组合和线性表示 向量组的等价 向量组的线性相关与线性无关 向量组的极大线性无关组 向量组的秩 向量组的秩与矩阵的秩之间的关系

矩阵的概念 矩阵的基本运算 矩阵的转置 伴随矩阵 逆矩阵的概念和性质 矩阵可逆的充分必要条件 矩阵的初等变换和初等矩阵 矩阵的秩 矩阵的等价 分块矩阵及其运算

### 考试要求

1. 理解  $n$  维向量、向量的线性组合与线性表示等概念。
2. 理解向量组线性相关、线性无关的定义、熟练掌握判断向量组线性相关、线性无关的方法。
3. 理解向量组的极大线性无关组和向量组的秩的概念，会求向量组的极大线性无关组及秩。
4. 理解向量组等价的概念、清楚向量组的秩与矩阵秩的关系。
5. 理解矩阵的概念，了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵，熟悉它们的基本性质。
6. 掌握矩阵的数乘、加法、乘法、转置等运算。了解方阵的多项式概念。
7. 理解逆矩阵的概念，掌握可逆矩阵的性质，以及矩阵可逆的判别条件，理解伴随矩阵的概念，会用伴随矩阵求逆矩阵。
8. 掌握矩阵的初等变换，了解初等矩阵的性质和矩阵等价的条件，理解矩阵的秩的概念，了解矩阵的秩与行列式的关系。了解矩阵乘积的秩与因子矩阵的秩的关系，了解  $n$  阶方阵非退化的概念及充分必要条件，掌握用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法。
9. 了解分块矩阵及其运算。

### 三、线性方程组

#### 考试内容

线性方程组的克莱姆 (Cramer) 法则 齐次线性方程组有非零解的充分必要条件 非齐次线性方程组有解的充分必要条件 线性方程组解的性质和解的结构 齐次线性方程组的基础解系和通解 解空间及其维数 非齐次线性方程组的通解

#### 考试要求

1. 会用克莱姆法则求解线性方程组。
2. 理解齐次线性方程组有非零解的充分必要条件及非齐次线性方程组有解的充分必要条件。
3. 理解齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念，掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法。
4. 理解非齐次线性方程组解的结构及通解的概念。
5. 掌握用初等行变换求解线性方程组的方法。

### 四、二次型

#### 考试内容

二次型及其矩阵表示 非退化线性替换与矩阵合同 二次型的秩 惯性定理  
二次型的标准形和规范形 二次型及实对称矩阵的正定性

#### 考试要求

1. 掌握二次型及其矩阵表示，理解非退化线性替换与矩阵合同的概念及性质，了解二次型的非退化线性替换与二次型矩阵合同的关系。
2. 理解二次型的标准形、秩、规范形的概念以及惯性定理，了解复对称矩阵合同的充分必要条件。
3. 会用配方法化二次型为标准形。
4. 理解二次型及实对称矩阵正定的概念及性质，掌握二次型及实对称矩阵正定的判别法。

### 五、线性空间

#### 考试内容

集合与映射的基本概念 线性空间的概念与基本性质 线性空间的维数、基与向量的坐标 线性空间中的基变换与坐标变换 过渡矩阵 线性子空间及其运算 线性空间的同构

#### 考试要求

1. 熟悉集合与映射的概念。
2. 理解线性空间的概念 掌握线性子空间的判定方法。
3. 理解线性空间的维数、基和坐标。
4. 掌握线性空间的基变换和坐标变换及过渡矩阵。
5. 理解生成子空间的概念，掌握求子空间基和维数的方法。
6. 理解子空间的交、和、直积运算及其性质。
7. 了解线性空间同构的概念，了解同构映射的性质。

### 六、线性变换，矩阵的特征值和特征向量

#### 考试内容

线性变换的概念和简单性质 线性变换的运算 线性变换的矩阵 线性变换（矩阵）的特征值、特征向量和特征子空间 线性变换的特征多项式及 Hamilton-Caylay 定理 矩阵相似的概念及性质 矩阵可对角化的充分必要条件 线性变换的值域与核 线性变换的不变子空间 矩阵的若当(Jordan)标准型

#### 考试要求

1. 理解线性变换的概念，了解线性变换的性质。

2. 熟悉线性变换的运算及其性质。
3. 理解线性变换的矩阵，了解线性变换与矩阵的对应。
4. 理解线性变换及其矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的概念及性质，会求线性变换及矩阵的特征值和特征向量。
5. 了解关于特征多项式的 Hamilton-Caylay 定理，了解矩阵的迹。
6. 理解线性变换的特征子空间、线性变换的不变子空间的概念。
7. 理解矩阵相似的概念、性质及矩阵可对角化的充分必要条件。掌握将矩阵化为对角矩阵的方法。
8. 理解线性变换的值域、核、秩、零度的概念。
9. 了解矩阵的若当(Jordan)标准型。

## 七、欧几里德空间

### 考试内容

线性空间内积的定义及其性质 欧几里德空间的概念 标准（规范）正交基 施密特(Schmidt)正交化过程 正交矩阵 正交变换及其性质 正交子空间、正交补及其性质 实对称矩阵的特征值、特征向量及相似对角矩阵 欧几里德空间的同构

### 考试要求

1. 掌握线性空间内积的概念及性质，理解欧几里德空间的概念，了解欧几里德空间中向量的正交，了解欧几里德空间中基的度量矩阵及其用途。
2. 理解标准（规范）正交基的概念，掌握标准（规范）正交基的求法（施密特正交化过程），了解标准正交基下度量矩阵、向量坐标及内积的特殊表达。
3. 掌握正交矩阵的概念及性质，了解正交矩阵与标准正交基的过渡矩阵之间的关系。
4. 理解正交变换的概念及其性质，了解正交变换和正交矩阵之间的关系。
5. 理解正交子空间、正交补的概念及性质。
6. 熟悉实对称矩阵的特征值和特征向量的特殊性质，对给定的实对称矩阵  $A$  会求正交矩阵  $T$  使  $T'AT$  成为对角矩阵。
7. 了解欧几里德空间同构的概念和性质，了解有限维欧几里德空间同构的充分必要条件。

## 五、主要参考文献

[1] 《高等代数》(第二版), 北京大学数学系几何与代数教研室代数小组编, 高等教育出版社, 1988 年。

[2] 《线性代数》, 同济大学

编制单位: 中国科学院研究生院

编制日期: 2006 年 6 月 6 日