

课程编号: 891

课程名称: 高等代数

一、考试的总体要求

主要考核考生对《高等代数》课程的基本理论体系和知识结构的掌握情况及熟练程度, 掌握高等代数的基本理论和方法。要求考生具有一定的抽象思维和逻辑推理能力, 以及综合运用各种知识解决问题的能力, 要求考生概念清楚, 对定理理解准确, 扎实掌握, 还要求有较强的计算能力, 对高等代数的方法能灵活应用。

二、考试的内容

第一部分 多项式

1. 掌握数域概念, 一元多项式运算法则;
2. 掌握带余除法定理, 最大公因式概念及求法 (辗转相除法);
3. 掌握不可约多项式概念和因式分解唯一性定理;
4. 掌握重因式、余数定理, 零点 (根) 定理;
5. 掌握复/实系数多项式的因式分解定理;
6. 了解整系数多项式的艾森斯坦 (Eisenstein) 判别法。

第二部分 行列式

1. 掌握排列及对换的概念, 排列奇偶性的概念及判定;
2. 掌握行列式的定义, 行列式的性质, 行列式的各种计算方法;
3. 掌握范德蒙德 (Vandermonde) 行列式;
4. 掌握矩阵的定义和初等行、列变换, 矩阵与行列式的区别;
5. 掌握克拉默 (Cramer) 法则, 齐次线性方程有非零解的条件。

第三部分 线性方程组

1. 掌握线性方程组的高斯 (Gauss) 消元法;
2. 掌握向量空间、线性相关、线性无关的概念;
3. 掌握矩阵秩的定义及求法, 向量组的极大线性无关组的求法;
4. 掌握线性方程组有解的判定: 线性方程组无解, 有唯一解及有无穷多组解的判定;
5. 掌握线性方程组解的结构。

第四部分 矩阵

1. 掌握矩阵基本运算, 掌握矩阵乘积的行列式;
2. 掌握矩阵的逆的定义及求法, 分块矩阵的概念;
3. 理解初等矩阵的意义及性质;
4. 掌握分块矩阵的应用。

第五部分 二次型

1. 掌握二次型的矩阵表示, 利用合同变换化二次型为标准形;
2. 掌握复二次型的规范形及实二次型的惯性定理;
3. 熟练掌握二次型的规范形/标准形及正/负定二次型的相关定理。

第六部分 线性空间

1. 了解线性 (向量) 空间的定义及简单性质;
2. 掌握维数、基底、坐标的概念;
3. 掌握基变换与坐标变换公式, 子空间的几何意义, 若干子空间的举例;
4. 掌握子空间的交与和, 子空间的直和。

第七部分 线性变换

1. 掌握线性变换的概念、运算, 了解一些线性变换的背景和具体例子;

2. 掌握线性变换与矩阵的关系，同一线性变换在两组不同基下所对应的矩阵之间的关系；

3. 掌握特征值、特征向量以及特征空间的概念，会求特征值，特征向量，掌握特征多项式的性质，特别是哈密顿-凯莱 (Hamilton-Cayley) 定理；

4. 掌握对角矩阵的定义及求法，线性变换的值域与核的概念及性质；

5. 掌握不变子空间的概念及性质；

6. 了解任意矩阵在复数域上都可相似于若尔当 (Jordan) 标准形。

第八部分 λ -矩阵

1. 了解 λ -矩阵；

2. 了解 λ -矩阵在初等变换下的标准型；

3. 了解不变因子的概念。

第九部分 欧几里得空间

1. 掌握 Euclid 空间的概念与基本性质；

2. 掌握标准正交基与同构的概念，掌握施密特 (Schmidt) 正交化过程；

3. 掌握若干正交变换的等价定义，知道子空间与正交补及其简单的性质；

4. 掌握如何用正交矩阵化实对称矩阵为对角形；

5. 了解最小二乘法。

第十部分 双线性函数与辛空间

1. 掌握线性函数与对偶空间的定义及相关定理；

2. 掌握双线性函数的性质及相关定理。

三、考试的题型

填空题，计算题，证明题。