

课程编号: 691

课程名称: 数学分析

一、考试的总体要求

《数学分析》是一门重要的数学基础课程,由分析基础、一元函数微分学和积分学、级数、多元函数微分学和积分学等部分组成。要求考生系统地理解数学分析的基本概念和基本理论,掌握数学分析的基本思想和方法,并具有抽象思维能力、逻辑推理能力、计算论证能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

二、考试的内容

1. 分析基础

(1) 实数理论

要求 了解实数公理;理解上确界和下确界的意义;掌握绝对值不等式及平均值不等式;掌握函数的奇偶性、单调性、周期性、有界性等特殊性质。

(2) 数列极限

掌握数列极限与函数极限的概念,理解无穷大(小)量的概念及基本性质;

掌握极限的性质(唯一性、有界性、保号性)及四则运算性质、单调有界收敛定理、Cauchy收敛准则、迫敛性(两边夹、夹挤)原理、两个重要极限;数列极限的概念与性质,单调有界定理与柯西收敛原理

(3) 函数极限

函数极限的概念与性质,柯西收敛原理,两个重要极限,无穷大量与无穷小量

(4) 函数的连续性

连续的概念与性质,闭区间上连续函数的性质:有界性、最值性、介值性(零点定理)、一致连续性。

(5) 多元函数的极限与连续性

2. 一元函数微分学

(1) 导数和微分

理解可导与可微、可导与连续的概念及其相互关系,理解导数的几何意义;理解函数极值点与极值、凸性、拐点等概念;

掌握(高阶)导数、微分的四则运算与复合函数求导运算法则;掌握左、右导数的概念以及分段函数求导方法,掌握导函数的介值定理;

会用导数研究函数的单调性与极值性,会用二阶导数研究函数的凸性与拐点。

(2) 微分中值定理

掌握微分中值定理及其在根的判定、不等式、不定式极限(洛必达法则)等方面的应用;

掌握泰勒公式及其在极限、极值点判定等方面的应用;

掌握极值与最值的求法、凸的等价定义、以及凸性在不等式等方面的应用。

3. 实数的完备性

区间套、聚点、开覆盖的概念。

(1) 理解聚点概念及其刻画,理解区间套、开覆盖等概念;

(2) 理解关于实数完备性的六大基本定理及其证明思想;

(3) 会用实数完备性定理证明闭区间上连续函数的有界性、最值性、介值性(零点定理)、一致连续性。

4. 一元积分学

(1) 不定积分

掌握原函数、不定积分的概念及其基本性质；

熟记不定积分的基本公式，掌握换元积分法和分部积分法，会求初等函数、有理函数和三角有理函数的积分。

(2) 定积分

定积分的概念与性质，可积条件，牛顿——莱布尼茨公式，换元法与分部积分法，积分中值定理，微积分基本定理

掌握定积分的概念、可积条件、可积函数类；

掌握定积分的性质，熟练掌握微积分基本定理、定积分的换元积分法和分部积分法以及积分中值定理；掌握变上限积分的性质。

(3) 定积分的应用

能用定积分计算平面图形的面积、弧长、旋转体的体积与侧面积以及一些物理量的计算。

(4) 反常积分

反常积分的概念与性质，收敛判别法。

要求理解反常积分收敛的概念、Cauchy 收敛准则，掌握反常积分收敛性的比较判别法，狄利克雷判别法、阿贝尔判别法。

5. 级数

(1) 数项级数

正项级数，交错级数，一般项级数，要求熟练掌握级数收敛性的判别法

(2) 函数项级数

要求会求收敛半径，收敛域，判断一致收敛性，熟练掌握一致收敛的函数项级数的性质

(3) 幂级数

要求掌握幂级数的概念与性质，会求函数的幂级数展开式

(4) 傅立叶级数

掌握周期函数傅立叶级数的展开与收敛性的判别。

6. 多元微分学

(1) 偏导数与全微分

可微性，偏导数，高阶偏导数，链式法则，方向导数与梯度

(2) 多元微分学的应用

中值定理，泰勒公式，极值与条件极值，隐函数定理及应用

(3) 含参变量的积分

7. 多元积分学

(1) 重积分

二重积分的定义，计算与变量替换，三重积分的定义，计算与变量替换

(2) 曲线积分

第一型曲线积分，第二型曲线积分，格林公式

(3) 曲面积分

曲面的面积，第一型曲面积分，第二型曲面积分，高斯公式，斯托克斯公式

三、考试的题型：

判断题、填空题、计算题、证明题、综合分析题等。