

课程编号：692

课程名称：数学分析

## 一、 考试的总体要求

《数学分析》是一门重要的数学基础课程，由分析基础、一元函数微分学和积分学、级数、多元函数微分学和积分学等部分组成。要求考生系统地理解数学分析的基本概念和基本理论，掌握数学分析的基本思想和方法，并具有抽象思维能力、逻辑推理能力、计算论证能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

## 二、 考试的内容

### 1. 分析基础

#### (1) 实数理论

要求了解实数公理；理解上确界和下确界的意义；掌握绝对值不等式及平均值不等式；掌握函数的奇偶性、单调性、周期性、有界性等特殊性质。

#### (2) 数列极限

掌握数列极限与函数极限的概念，理解无穷大（小）量的概念及基本性质；

掌握极限的性质（唯一性、有界性、保号性）及四则运算性质、单调有界收敛定理、Cauchy 收敛准则、迫敛性（两边夹、夹挤）原理、两个重要极限；数列极限的概念与性质，单调有界定理与柯西收敛原理

#### (3) 函数极限

函数极限的概念与性质，柯西收敛原理，两个重要极限，无穷大量与无穷小量

#### (4) 函数的连续性

连续的概念与性质，闭区间上连续函数的性质：有界性、最值性、介值性（零点定理）、一致连续性。

#### (5) 多元函数的极限与连续性

### 2. 一元函数微分学

#### (1) 导数和微分

理解可导与可微、可导与连续的概念及其相互关系，理解导数的几何意义；理解函数极值点与极值、凸性、拐点等概念；

掌握（高阶）导数、微分的四则运算与复合函数求导运算法则；掌握左、右导数的概念以及分段函数求导方法，掌握导函数的介值定理；

会用导数研究函数的单调性与极值性，会用二阶导数研究函数的凸性与拐点。

#### (2) 微分中值定理

掌握微分中值定理及其在根的判定、不等式、不定式极限（洛必达法则）等方面的应用；

掌握泰勒公式及其在极限、极值点判定等方面的应用；

掌握极值与最值的求法、凸的等价定义、以及凸性在不等式等方面的应用。

### 3. 实数的完备性

区间套、聚点、开覆盖的概念。

- (1) 理解聚点概念及其刻画，理解区间套、开覆盖等概念；
- (2) 理解关于实数完备性的六大基本定理及其证明思想；
- (3) 会用实数完备性定理证明闭区间上连续函数的有界性、最值性、介值性（零点定理）、一致连续性。

### 4. 一元积分学

#### (1) 不定积分

掌握原函数、不定积分的概念及其基本性质；

熟记不定积分的基本公式，掌握换元积分法和分部积分法，会求初等函数、有理函数和三角有理函数的积分。

#### (2) 定积分

定积分的概念与性质，可积条件，牛顿——莱布尼茨公式，换元法与分部积分法，积分中值定理，微积分基本定理

掌握定积分的概念、可积条件、可积函数类；

掌握定积分的性质，熟练掌握微积分基本定理、定积分的换元积分法和分部积分法以及积分中值定理；掌握变上限积分的性质。

#### (3) 定积分的应用

能用定积分计算平面图形的面积、弧长、旋转体的体积与侧面积以及一些物理量的计算。

#### (4) 反常积分

反常积分的概念与性质，收敛判别法。

要求理解反常积分收敛的概念、Cauchy 收敛准则，掌握反常积分收敛性的比较判别法，狄利克雷判别法、阿贝尔判别法。

## 5. 级数

### (1) 数项级数

正项级数，交错级数，一般项级数，要求熟练掌握级数收敛性的判别法

### (2) 函数项级数

要求会求收敛半径，收敛域，判断一致收敛性，熟练掌握一致收敛的函数项级数的性质

### (3) 幂级数

要求掌握幂级数的概念与性质，会求函数的幂级数展开式

### (4) 傅立叶级数

掌握周期函数傅立叶级数的展开与收敛性的判别。

## 6. 多元微分学

### (1) 偏导数与全微分

可微性，偏导数，高阶偏导数，链式法则，方向导数与梯度

### (2) 多元微分学的应用

中值定理，泰勒公式，极值与条件极值，隐函数定理及应用

### (3) 含参变量的积分

## 7. 多元积分学

(1) 重积分

二重积分的定义，计算与变量替换，三重积分的定义，计算与变量替换

(2) 曲线积分

第一型曲线积分，第二型曲线积分，格林公式

(3) 曲面积分

曲面的面积，第一型曲面积分，第二型曲面积分，高斯公式，斯托克斯公式

三、考试的题型：

判断题、填空题、计算题、证明题、综合分析题等。