

课程编号：892

课程名称：高等代数

### 一、考试的总体要求

主要考核考生对《高等代数》课程的基本理论体系和知识结构的掌握情况及熟练程度，掌握高等代数的基本理论和方法。要求考生具有一定的抽象思维和逻辑推理能力，以及综合运用各种知识解决问题的能力，要求考生概念清楚，对定理理解准确，扎实掌握，还要求有较强的计算能力，对高等代数的方法能灵活应用。

### 二、考试的内容

#### 第一部分 多项式

1. 掌握数域概念，一元多项式运算法则；
2. 掌握带余除法定理，最大公因式概念及求法（辗转相除法）；
3. 掌握不可约多项式概念和因式分解唯一性定理；
4. 掌握重因式、余数定理，零点（根）定理；
5. 掌握复/实系数多项式的因式分解定理；
6. 了解整系数多项式的艾森斯坦（Eisenstein）判别法。

#### 第二部分 行列式

1. 掌握排列及对换的概念，排列奇偶性的概念及判定；
2. 掌握行列式的定义，行列式的性质，行列式的各种计算方法；
3. 掌握范德蒙德（Vandermonde）行列式；
4. 掌握矩阵的定义和初等行、列变换，矩阵与行列式的区别；
5. 掌握克拉默（Cramer）法则，齐次线性方程有非零解的条件。

### 第三部分 线性方程组

1. 掌握线性方程组的高斯（Gauss）消元法；
2. 掌握向量空间、线性相关、线性无关的概念；
3. 掌握矩阵秩的定义及求法，向量组的极大线性无关组的求法；
4. 掌握线性方程组有解的判定：线性方程组无解，有唯一解及有无穷多组解的判定；
5. 掌握线性方程组解的结构。

### 第四部分 矩阵

1. 掌握矩阵基本运算，掌握矩阵乘积的行列式；
2. 掌握矩阵的逆的定义及求法，分块矩阵的概念；
3. 理解初等矩阵的意义及性质；
4. 掌握分块矩阵的应用。

### 第五部分 二次型

1. 掌握二次型的矩阵表示，利用合同变换化二次型为标准形；
2. 掌握复二次型的规范形及实二次型的惯性定理；
3. 熟练掌握二次型的规范形/标准形及正/负定二次型的相关定理。

### 第六部分 线性空间

1. 了解线性（向量）空间的定义及简单性质；
2. 掌握维数、基底、坐标的概念；
3. 掌握基变换与坐标变换公式，子空间的几何意义，若干子空间的举例；
4. 掌握子空间的交与和，子空间的直和。

## 第七部分 线性变换

1. 掌握线性变换的概念、运算，了解一些线性变换的背景和具体例子；
2. 掌握线性变换与矩阵的关系，同一线性变换在两组不同基下所对应的矩阵之间的关系；
3. 掌握特征值、特征向量以及特征空间的概念，会求特征值，特征向量，掌握特征多项式的性质，特别是哈密顿-凯莱 (Hamilton-Cayley) 定理；
4. 掌握对角矩阵的定义及求法，线性变换的值域与核的概念及性质；
5. 掌握不变子空间的概念及性质；
6. 了解任意矩阵在复数域上都可相似于若尔当 (Jordan) 标准形。

## 第八部分 $\lambda$ -矩阵

1. 了解  $\lambda$ -矩阵；
2. 了解  $\lambda$ -矩阵在初等变换下的标准型；
3. 了解不变因子的概念。

## 第九部分 欧几里得空间

1. 掌握 Euclid 空间的概念与基本性质；
2. 掌握标准正交基与同构的概念，掌握施密特 (Schmidt) 正交化过程；
3. 掌握若干正交变换的等价定义，知道子空间与正交补及其简单的性质；
4. 掌握如何用正交矩阵化实对称矩阵为对角形；
5. 了解最小二乘法。

## 第十部分 双线性函数与辛空间

1. 掌握线性函数与对偶空间的定义及相关定理；

2. 掌握双线性函数的性质及相关定理。

### 三、考试的题型

填空题，计算题，证明题。