

北京林业大学硕士研究生入学考试  
《高等代数》考试大纲

一、考试的性质

高等代数是大学数学系本科学生的最基本课程之一,也是大多数理工科专业学生的重要基础课程。为帮助考生明确考试范围和有关要求,特制订出本考试大纲。

本考试大纲主要根据北京林业大学数学与应用数学本科《高等代数》教学大纲编制而成,适用于报考北京林业大学数学学科各专业(基础数学、概率论与数理统计、计算数学、应用数学)硕士学位研究生的考生。

二、考试内容和基本要求

1. 多项式

- (1) 多项式及其运算
- (2) 整除性理论
- (3) 最大公因式
- (4) 因式分解定理
- (5) 重因式
- (6) 复系数与实系数多项式的因式分解
- (7) 有理系数多项式

要求:理解数域上一元多项式的概念、多项式整除的概念和性质、最大公因式的概念和性质。掌握多项式的加法和乘法,会作带余除法,会求最大公因式;了解多项式互素、不可约多项式、多项式的导数及重因式分解的概念。理解因式分解唯一性定理,会判别重因式;了解多项式函数和多项式根的概念,会求有理系数多项式的有理根。

2. 行列式

- (1)  $n$  阶行列式的定义
- (2) 行列式的性质
- (3) 列式按行(列)展开公式
- (4) 行列式的计算
- (5) 矩阵的初等变换,阶梯形矩阵和行简化阶梯形矩阵
- (6) 克莱姆法则

要求:理解  $n$  阶行列式的概念与性质,掌握矩阵的初等变换;掌握行列式的计算,会运用行列式的性质,通过降阶法和消去法及其综合使用去计算行列式;熟悉克莱姆法则,会运用它解线性方程组。

3. 线性方程组

- (1) 线性方程组的初等变换
- (2)  $n$  维向量空间
- (3) 线性相关性
- (4) 向量组的极大线性无关组和秩,矩阵的秩
- (5) 线性方程组的有解判别定理与解的结构

要求:理解消元法和矩阵初等变换的关系,掌握用矩阵初等变换解线性方程组的方法;理解线性相关、线性无关、线性表出的概念及其与线性方程组的关系,会判别向量组是否线

形相关；理解向量组的秩和极大线性无关的概念，并会计算；理解矩阵的秩的概念，熟悉用初等变换求矩阵的秩和等价标准形的方法；熟悉线性方程组有解判别定理及其应用。

#### 4. 矩阵

- (1) 矩阵的运算
- (2) 矩阵的分块
- (3) 矩阵的逆
- (4) 正交矩阵
- (5) 等价矩阵
- (6) 初等矩阵与初等交换的关系

要求：理解矩阵可逆与矩阵的概念，掌握矩阵可逆的判别，了解初等矩阵与初等变换的关系。知道对称矩阵、反对称矩阵、正交矩阵的概念；掌握矩阵的加法、乘法、数量乘法和转置运算。掌握用初等变换求逆矩阵的方法，会做矩阵的分块运算。

#### 5. 二次型

- (1) 二次型及其矩阵表示
- (2) 化二次型为标准形
- (3) 复二次型和实二次型的规范形
- (4) 正定二次型，其它有定二次型

要求：理解二次型及其标准形、规范形的概念，二次型与对称矩阵的一一对应关系。了解合同的概念及其性质；掌握用初等变换化二次型为标准形的方法；了解正二次型的概念，会判别正定性，知道其它有定二次的概念。

#### 6. 线性空间

- (1) 集合、映射
- (2) 线性空间的定义和简单性质
- (3) 维数、基与坐标
- (4) 基变换与坐标变换
- (5) 线性子空间
- (6) 线性空间的同构

要求：理解集合、映射、单射、满射的概念和性质；理解线性空间的概念，理解空间中基与维数的概念，理解基组在线性空间理论中的重要作用。掌握基变换与坐标变换的公式及其应用；理解子空间的概念，熟悉子空间判别方法。了解子空间的交与和、子空间的直和的概念，熟悉子空间的和是直和的几个判别定理。熟悉维数公式；了解线性空间同构的概念，了解数域上任一维线性空间与同构的定理。知道同一数域上两个有限维线性空间同构的充要条件。

#### 7. 线性变换

- (1) 线性变换的定义和简单性质
- (2) 线性变换的运算
- (3) 线性变换在给定基下的矩阵，矩阵的相似
- (4) 线性变换的特征值与特征向量
- (5) 矩阵的对角化
- (6) 不变子空间，若当标准形

要求：理解线性变换的概念，理解线性变换在给定基下矩阵的概念，理解矩阵的相似、特征值与特征向量的概念，理解线性变换的对角化与矩阵的对角化的意义及其之间的关系，了解线性变换与矩阵的一一对应关系；了解特征多项式的概念及哈密顿-凯莱定理，了解线性变换的值域与核的概念，了解不变子空间的概念，知道根子空间的概念，知道最小多项式及其性质，知道若当标准形；掌握线性变换的矩阵表示及其对角化，熟悉同一线性变换在不同基下矩阵之间的关系及其计算方法。

#### 8. 欧氏空间

- (1) 欧氏空间的定义与简单性质
- (2) 度量矩阵、施密特正交化过程、标准正交基
- (3) 子空间的正交补
- (4) 欧氏空间的同构
- (5) 正交变换、对称变换与对称矩阵
- (6) 最小二乘法

要求：理解欧氏空间、标准正交基、正交变换与正交矩阵的关系。了解度量矩阵、向量的长度与夹角的概念。了解欧氏空间同构的概念和充要条件；掌握求标准正交基的方法；理解对称变换及其充要条件，理解对称变换与对称矩阵的关系，掌握求实对称矩阵正交相似标准形的方法。了解子空间正交补的概念，知道最小二乘法。

#### 9. 双线性函数

- (1) 双线性函数、对偶空间
- (2) 线性空间上的二次齐次函数

要求：掌握线性函数、对偶空间、对偶基和双重对偶空间的概念；理解双线性函数及其度量矩阵的定义；理解对称双线性函数的概念，知道对称双线性函数的度量矩阵的对角（分块对角）形式。掌握二次函数的概念。

### 三、试卷题型

填空题、单项选择题、计算题、证明题。

### 四、考试方式及时间考试方式：

采用闭卷笔试形式，试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

### 五、主要参考书

《高等代数》（第三版），北京大学数学系几何与代数教研室代数小组编，王萼芳、石生明 修订，高等教育出版社，2003。