

## 《数学分析》考试大纲

### 一、考试目的

要求考生比较系统地理解和掌握数学分析的基本概念、基本理论和基本方法。同时，考察考生的逻辑推理能力、计算能力和运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

### 二、考试内容

#### 1、实数集与函数

实数的概念，实数的性质，绝对值与不等式，区间与邻域，有界集与无界集，上确界与下确界，确界原理；函数的定义，函数的表示法，分段函数，有界函数，单调函数，奇函数与偶函数，周期函数。

#### 2、数列极限

极限概念，收敛数列的性质（唯一性，有界性，保号性，单调性），数列极限存在的条件（单调有界准则，迫敛性法则，柯西准则）。

#### 3、函数极限

函数极限的概念，单侧极限的概念，函数极限的性质（唯一性，局部有界性，局部保号性，不等式性，迫敛性），函数极限存在的条件（归结原则（Heine定理），柯西准则），两个重要极限，无穷小量与无穷大量，阶的比较。

#### 4、函数连续

一点连续的定义，区间连续的定义，单侧连续的定义，间断点及其分类，连续函数的局部性质及运算，闭区间上连续函数的性质（最大最小值性、有界性、介值性、一致连续性），复合函数的连续性，反函数的连续性，初等函数的连续性。

#### 5、导数与微分

导数的定义，单侧导数，导函数，导数的几何意义，导数公式，导数的运算（四则运算），求导法则（反函数的求导法则，复合函数的求导法则，隐函数的求导法则，参数方程的求导法则），微分的定义，微分的运算法则，微分的应用，高阶导数与高阶微分。

#### 6、微分学基本定理

罗尔中值定理，拉格朗日中值定理，柯西中值定理，几种特殊类型的不定式极限与罗比塔法则，泰勒公式。

#### 7、导数的应用

函数的单调性与极值，函数凹凸性与拐点。

#### 8、实数完备性定理及应用

闭区间套定理，单调有界定理，柯西收敛准则，确界存在定理，聚点定理，有限覆盖定理，

有界性定理的证明，最大最小值性定理的证明，介值性定理的证明，一致连续性定理的证明，上、下极限。

#### 9、不定积分

不定积分概念，换元积分法与分部积分法，几类可化为有理函数的积分。

#### 10、定积分

黎曼积分定义，函数可积的必要条件，可积性条件，达布上和与达布下和，可积函数类，可变上限积分，牛顿-莱布尼兹公式，无穷积分收敛与发散的概念，审敛法（柯西准则，比较法，狄利克雷与阿贝尔判别法），瑕积分的收敛与发散的概念，收敛判别法。

#### 11、定积分的应用

平面图形的面积，微元法，已知截面面积函数的立体体积，旋转体的体积平面曲线的弧长与微分，曲率，功，液体压力，引力。

#### 12、数项级数

无穷级数收敛，发散等概念，柯西准则，收敛级数的基本性质，比较原理，达朗贝尔判别法，柯西判别法，积分判别法，交错级数与莱布尼兹判别法，绝对收敛级数与条件收敛级数及其性质，阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。

#### 13、函数项级数

一致收敛性及一致收敛判别法（柯西准则，优级数判别法，狄利克雷与阿贝尔判别法），一致收敛的函数列与函数项级数的性质（连续性，可积性，可微性）。

#### 14、幂级数

阿贝尔定理，收敛半径与收敛区间，幂级数的一致收敛性，幂级数和函数的分析性质，几种常见初等函数的幂级数展开与泰勒定理。

#### 15、傅里叶级数

三角函数与正交函数系，付里叶级数与傅里叶系数，以  $2p$  为周期函数的付里叶级数，收敛定理，以  $2L$  为周期的付里叶级数，收敛定理的证明。

#### 16、多元函数极限与连续

平面点集与多元函数的概念，二元函数的极限、累次极限，二元函数的连续性概念，连续函数的局部性质及初等函数连续性。

#### 17、多元函数的微分学

偏导数的概念，偏导数的几何意义，偏导数与连续性，连续性与可微性，偏导数与可微性，多元复合函数微分法及求导公式，方向导数与梯度，泰勒定理与极值。

#### 18、隐函数定理及其应用

隐函数的概念，隐函数的定理，隐函数求导举例，隐函数组存在定理，反函数组与坐标变换，雅可比行列式，平面曲线的切线与法线，空间曲线的切线与法平面，曲面的切平面和法线，条件极值的概念，条件极值的必要条件。

#### 19、重积分

二重积分的概念，可积条件，可积函数，二重积分的性质，二重积分的计算：化二重积分为累次积分，换元法（极坐标变换，一般变换），含参变量的积分，化三重积分为累次积分，换元法（一般变换，柱面坐标变换，球坐标变换），立体体积，曲面的面积，物体的重心，转动惯量，含参变量非正常积分及其一致收敛性概念，一致收敛的判别法（柯西准则，与函数项级数一致收敛性的关系，一致收敛的M判别法），含参变量非正常积分的分析性质，欧拉积分：格马函数及其性质，贝塔函数及其性质。

#### 20、曲线积分与曲面积分

第一型曲面积分的概念、性质与计算，第二型曲线积分的概念、性质与计算，两类曲线积分的联系，格林公式，曲线积分与路线的无关性，全函数，曲面的侧，第二型曲面积分概念及性质与计算，两类曲面积分的关系，高斯公式，斯托克斯公式，空间曲线积分与路径无关性，场的概念，梯度，散度和旋度。

### 三、试卷结构

考试题型：计算题、证明题