

北京化工大学应用数学专业硕士研究生入学考试

《数学分析》考试大纲

一、函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法, 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数; 基本初等函数的性质及其图形, 初等函数。数列极限与函数极限的严格定义以及它们的性质, 函数的左极限与右极限, 无穷小和无穷大的概念及其关系, 无穷小的性质及无穷小的比较, 极限的四则运算。极限存在的判别准则: 单调有界准则, Cauchy 收敛准则, 夹逼准则。两个重要极限。函数连续的概念。函数间断点的类型。初等函数的连续性。实数的连续性定理。闭区间上连续函数的性质。

考试要求

- 1、理解函数的概念, 掌握函数的表示方法, 并会建立简单应用问题中的函数关系式。
- 2、理解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性。
- 3、理解复合函数及分段函数的概念, 了解反函数及隐函数的概念。
- 4、掌握基本初等函数的性质及其图形。
- 5、掌握极限的概念, 函数的左极限与右极限的概念, 以及极限存在与左、右极限之间的关系及其判别准则。
- 6、掌握极限的性质及四则运算法则。
- 7、掌握极限存在的准则, 并会利用它们求极限, 掌握利用两个重要极限求极限的方法。
- 8、理解无穷小、无穷大的概念, 掌握无穷小的比较方法, 会用等价无穷小求极限。
- 9、掌握函数连续性的概念(含左连续与右连续), 会判别函数间断点的类型, 掌握一致连续的概念和一致连续与连续的关系。
- 10、掌握实数连续性的几个主要定理(确界原理、区间套定理、致密性定理、开覆盖定理)。
- 11、掌握连续函数的性质和初等函数的连续性, 闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理、一致连续性定理), 并会应用这些性质。

二、一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念, 导数的几何意义和物理意义, 函数的可导性与连续性之间的关系。平面曲线的切线和法线。基本初等函数的导数。导数和微分的四则运算, 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法。高阶导数的概念。某些简单函数的 n 阶导数。一阶微分形式的不变性。罗尔(Roll)定理, 拉格朗日(Lagrange)中值定理, 柯西(Cauchy)中值定理。泰勒(Taylor)定理。洛必达(L'Hospital)法则。函数的极值及其求法, 函数单调性。函数图形的凹凸性、拐点及渐近线, 函数图形的描绘。函数最大值和最小值的求法及

简单应用：弧微分、曲率的概念、曲率半径、两曲线的交角。

考试要求

- 1、理解导数和微分的概念，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解导数的物理意义，会用导数描述一些物理量，理解函数的可导性与连续性之间的关系。
- 2、掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式，了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性，会求函数的微分。了解高阶导数的概念，会求简单函数的 n 阶导数。会求分段函数的一阶、二阶导数。
- 3、会求隐函数和由参数方程所确定的函数的一阶、二阶导数，会求反函数的导数。
- 4、掌握并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理和泰勒定理，柯西中值定理。
- 5、掌握函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用。
- 6、会用导数判断函数图形的凹凸性和拐点，会求函数图形的水平、铅直和斜渐近线，会描绘函数的图形。
- 7、掌握用洛必达法则求未定式极限的方法。
- 8、了解曲率和曲率半径的概念，会计算曲率和曲率半径。会求两曲线的交角。

三、一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念。不定积分的基本性质，基本积分公式。定积分的概念和基本性质。可积的充要条件。定积分中值定理，变上限定积分定义的函数及其导数 牛顿—莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式。不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法，有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分。广义积分的概念和计算，定积分的应用。

考试要求

- 1、理解原函数概念，理解不定积分和定积分的概念。
- 2、掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理，掌握换元积分法与分部积分法。
- 3、掌握主要的可积充分和必要条件。
- 3、会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分。
- 4、理解变上限定积分定义的函数，会求它的导数，掌握牛顿—莱布尼茨公式。
- 5、掌握广义积分的概念并会计算广义积分，会判别广义积分的收敛性。
- 6、掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量（平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的立体体积、变力做功、引力、压力及函数的平均值等）。

四、多元函数微分学

考试内容

多元函数的概念、二元函数的几何意义、二元函数的极限和连续的概念。有界闭区域上多元连续函数的性质。多元函数偏导数和全微分的概念，全微分存在的必要条件和充分条件。隐函数存在定理及其应用。多元复合函数、隐函数的求导法。二阶偏导数，方向导数和梯度的概念及其计算。空间曲线的切线和

法平面，曲面的切平面和法线，二元函数的二阶泰勒公式，多元函数极值和条件极值的概念，多元函数极值的必要条件，二元函数极值的充分条件。极值的求法，拉格朗日乘数法，多元函数的最大值、最小值及其简单应用。

考试要求

- 1、理解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义。
- 2、掌握二元函数的极限、累次极限与连续性的概念、以及有界闭区域上连续函数的性质。
- 3、掌握多元函数偏导数和全微分的概念，会求全微分，了解全微分存在的必要条件和充分条件，了解全微分形式的不变性。
- 4、理解方向导数与梯度的概念并掌握其计算方法。
- 5、掌握多元复合函数偏导数的求法。
- 6、掌握隐函数存在定理及其应用.会求隐函数（包括由方程组确定的隐函数）的偏导数。
- 7、理解曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念，会求它们的方程。
- 8、理解二元函数的中值定理、泰勒公式理解多元函数极值和条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值和最小值并会解决一些简单的应用问题。

五、多元函数积分学

考试内容

二重积分、三重积分的概念及性质。二重积分与三重积分的计算和应用。两类曲线积分的概念、性质及计算，两类曲线积分的关系。格林（Green）公式，平面曲线积分与路径无关的条件。已知全微分求原函数。两类曲面积分的概念、性质及计算 两类曲面积分的关系，高斯（Gauss）公式、斯托克斯（Stokes）公式、散度、旋度的概念及计算曲线积分和曲面积分的应用。含参量非正常积分。

考试要求

- 1、理解二重积分、三重积分的概念，重积分的性质，重积分的中值定理。了解含参量非正常积分。
- 2、掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标等），会计算三重积分（直角坐标、柱面坐标、球面坐标等）。
- 3、掌握两类曲线积分的概念、两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系。
- 4、掌握计算两类曲线积分的方法。
- 5、掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件，会求全微分的原函数。
- 6、了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系，掌握计算两类曲面积分的方法，会用高斯公式、斯托克斯公式计算曲面、曲线积分。
- 7、了解散度与旋度的概念，并会计算。
- 8、会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量（平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、重心、转动惯量、引力、功及流量等）。

六、无穷级数

考试内容

常数项级数的收敛与发散的概念。收敛级数的和的概念，级数的基本性质与收敛的必要条件、和充分必要条件。几何级数与 p 级数以及它们的收敛性。正项级数收敛性的判别法，交错级数与莱布尼茨定理。任意项级数的绝对收敛与条件收敛与收敛的判别法。函数项级数的收敛域与和函数的概念，一致收敛的概念及其在其收敛区间内的基本性质。一致收敛的判别法。幂级数及其收敛半径、收敛区间（指开区间）和收敛域。幂级数的和函数。幂级数在其收敛区间内的基本性质。简单幂级数的和函数的求法。函数可展开为泰勒级数的充分必要条件。几个常见函数的麦克劳林（Maclaurin）展开式。函数的傅里叶（Fourier）系数与傅里叶级数。狄利克雷（Dirichlet）定理。函数在 $[-L, L]$ 上的傅里叶级数函数在 $[0, L]$ 上的正弦级数和余弦级数。

考试要求

- 1、理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，掌握级数的基本性质及收敛的必要条件、充分必要条件。
- 2、掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件。
- 3、掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法、积分判别法，会用根值判别法。
- 4、掌握交错级数的莱布尼茨判别法，掌握一般项级数收敛的两个判别法。
- 5、了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念，以及绝对收敛与条件收敛的关系。
- 6、理解函数项级数的收敛、一致收敛及和函数的概念。
- 7、掌握函数项级数一致收敛的判别法和准则，及其在收敛区间内的一些基本性质（和函数的连续性、逐项微分和逐项积分）。
- 8、掌握幂级数的收敛半径的概念，并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法。
- 9、理解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质（和函数的连续性、逐项微分和逐项积分），会求一些幂级数在收敛区间内的和函数，并会由此求出某些数项级数的和。
- 10、理解函数展开为泰勒级数的充分必要条件，掌握 $\exp(x)$ 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 和 $(1+x)^a$ 的麦克劳林展开式，会用它们将一些简单函数间接展开成幂级数。
- 11、掌握傅里叶级数的概念和函数展开为傅里叶级数的狄利克雷定理，会将定义在 $[-L, L]$ 上的函数展开为傅里叶级数，会将定义在 $[0, L]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数，会写出傅里叶级数的和的表达式。

参考书：

- 1、《数学分析》（第二版），复旦大学数学系 陈传璋、金福临等编，高教出版社。
- 2、《数学分析》（第三版），华东师范大学编，高教出版社。

注：以第一本书为主

