

## 891 数学专业综合课考试大纲（2013 版）

请考生注意：

- 1、数学专业综合课试题含常微分方程、近世代数、概率论与数理统计、系统控制四门课程的内容，考生可任选其中二门课程的试题解答，多选无效。
- 2、每门课试题满分 75 分。

### 常微分方程考试大纲

#### 一、基本内容与要求

##### （一）初等积分法

- 1、熟练掌握变量可分离方程、可化为变量分离方程的类型、一阶线性方程与常数变易法、全微分方程与积分因子等的解法。掌握一阶隐方程与参数表示。
- 2、会应用降阶法解某些高阶方程。
- 3、会建立简单的微分方程模型。

##### （二）线性方程和线性方程组

- 1、掌握线性微分方程(组)的一般理论。
- 2、掌握常系数线性微分方程(组)的解法。
- 3、能应用线性方程(组)解的结构对方程的解做简单定性分析。
- 4、了解二阶线性方程的幂级数解法和 Laplace 方法。
- 5、会应用二阶常系数线性方程分析振动现象。
- 6、会求二阶微分方程组的奇点及其类型

##### （三）基本定理

- 1、掌握初值问题的存在、唯一性定理和解的延拓及解关于初值的连续、可微性定理
- 2、掌握解的存在、唯一性定理及证明。

#### 二、参考书目

- 1.《常微分方程》东北师范大学数学教研室编（第三版） 高等教育出版社
- 2.《常微分方程》王高雄、周之铭等（第三版） 高等教育出版社

## 近世代数考试大纲

### 一、基本内容与要求

#### (一) 基本概念

1、理解集合与映射的概念，掌握集合之间的运算，能够在集合之间建立映射关系，并判断两个映射是否相同。

2、掌握代数运算与映射的关系，能够建立有限集合之间的运算表，并判断给定的运算是否满足结合律、交换律以及两种分配律。

3、掌握同态映射、同构映射和自同构的概念，理解同态与同态满射（满同态）的关系，并能判定映射是否是同态满射（满同态），掌握具有同态满射（满同态）的集合之间的联系。能够判定给定的映射和运算是否是同构关系，能建立两个集合之间的同构映射。

4、理解关系和等价关系的概念，掌握等价关系和分类之间的转换定理，熟练判定给定的关系是否是等价关系。并熟悉剩余类的基本特性，能够建立整数间给定模的剩余类。

#### (二) 群论

1、掌握群的等价定义和例子，理解左、右单位元，左、右逆元的意义，掌握有限群、无限群、群的阶和交换群的概念。充分掌握单位元、逆元的存在性和唯一性，了解消去律的定义，能熟练掌握群与阶的关系，会计算群元素的阶。

2、理解群同构、同态的定义，掌握一个群的自同构的集合也成群的证明，掌握群同态的有关性质，并能证明在同态满射下，单位元的像也是单位元，元  $a$  的逆元的像是  $a$  的像的逆元。

3、掌握循环群的定义和由生成元决定循环群的性质与特点，熟练掌握剩余类加群，并能证明任一循环群可以与整数加群或模为  $n$  的剩余类加群同构。以及与循环群同态的群的性质。

4、熟练掌握变换的符号的运用和变换的乘法，能证明可以成群的变换只包含一一变换，且单位元一定是恒等变换。了解变换群的定义和性质。掌握任何一个群都同于一个变换群同构的定理的证明。掌握元素求逆等运算。

5、理解置换与置换群的定义与性质，掌握每一个  $n$  元置换都可以写成若干个互相没有共同数字（不相连）的循环置换（轮换）的乘积的证明与运用。理解有限群与置换群的同构关系。

6、掌握子群的定义，掌握群的子集成群的充分而且必要的条件与判定定理，并能掌握找出已知群的子群的一般方法，了解群与子群中的单位元与逆元的关系，以及子群与子群之间的关系。

7、掌握陪集的定义，以及与等价关系和分类之间的关系，了解子群与陪集之间的关系，并能证明有限群的阶能被元的阶整除的定理，以及阶为素数的群一定为循环群的证明。

8、掌握不变子群（正规子群）的定义，能掌握一个群的子群是不变子群（正规子群）的

充分必要条件的定理，理解商群的定义，能证明一个群同它的每一个商群同态的定理，了解核的定义，掌握两个具有同态关系的群之间子群或不变子群（正规子群）的象的性质。并能将子群或不变子群（正规子群）的性质运用到循环群、变换群等群之中。

9、掌握 sylow 定理的应用。

### (三) 环与域

1、理解交换环的定义和例子，熟悉单位元、逆元和零因子的性质并能熟练运用。掌握消去律与零因子的关系。

2、了解除环的定义，能举出域的例子，除环与加群、乘群的关系。熟悉无零因子环中的计算规则，掌握无零因子环中特征的性质

3、理解子环、子除环的定义，并能写出子整环、子域的概念，了解同态、同构环之间的性质，了解多项式成环，熟悉多项式环中的未定元、次数以及系数、无关未定元的作用。

4、掌握理想的定义，理解理想的构成，以及零理想、单位理想和主理想的构成，能判断一个子环是否为理想，和理想是否为主理想。了解什么是最大理想，且和剩余类环的关联。

5、掌握没有零因子的交换环一定是一个域的子环，了解商域的构成，并掌握同构的环的商域也同构的定理。理解主理想环的概念和引理，能证明主理想环是唯一分解环。

6、理解欧氏环的定义，理解欧氏环、整数环都是主理想环与唯一分解环的证明，并能证明域一定是一个欧氏环。

## 二、参考书目

1. 《近世代数引论（第3版）》，冯克勤，李尚志，章璞著，中国科学技术大学出版社，2009年版。
2. 《近世代数》，韩世安、林磊编著，科学出版社，2004年版。
3. 《近世代数基础》，张禾瑞著，高等教育出版社，1978年版。

## 概率论与数理统计考试大纲

### 一、基本内容与要求

#### (一) 概率论

1、理解随机事件和样本空间的概念，掌握事件之间的关系与运算；理解并熟练掌握概率的古典定义；理解几何概率，概率的统计定义及公理化定义；熟练掌握概率的基本性质，会用于计算；理解并掌握条件概率的定义，事件独立性。熟练掌握乘法公式、全概率公式与贝叶斯公式及其应用；熟练掌握 Bernoulli 概型。

2、理解随机变量的概念；理解并熟练掌握分布函数、分布律、概率密度等概念及其性质，掌握分布函数与分布律，分布函数与概率密度之间的关系；掌握二项分布、Poisson 分布、均匀分布、指数分布，熟练掌握正态分布，会查标准正态分布表；熟练掌握随机变量函数分布的求法。

3、熟练掌握随机变量的数学期望、方差及其求法。掌握特征函数的定义及性质，特征函数与期望和方差之间的关系，理解反演公式和唯一性定理。

4、理解二维随机变量及其分布的定义，会求边缘分布，掌握随机变量的独立性；掌握二维随机变量期望、方差、协方差、相关系数及其性质；理解条件分布和条件数学期望；会求二维随机变量函数的分布；理解二维随机变量特征函数及其性质；了解三维及三维以上随机变量的定义和分布；掌握  $n$  维正态分布定义及性质， $\chi^2$ -分布、 $t$ -分布和  $F$ -分布。

5、理解大数定律和中心极限定理的统计背景，意义及其应用，了解依概率 1 收敛，依概率收敛及依分布收敛的意义和相互关系。

#### (二) 数理统计

1、掌握数理统计的基本概念；熟练掌握矩估计法和极大似然估计法；熟练掌握无偏估计、有效估计和相合估计；熟练掌握区间估计定义及其意义。

2、充分理解和掌握 Neyman-Pearson 假设检验的基本思想和方法；熟练掌握正态总体参数假设检验方法。

### 二、参考书目

1. 《概率论及数理统计》(上、下册)，邓集贤等 高等教育出版社 2009
2. 《概率论与数理统计》 严士健等 高等教育出版社 1997

## 系统控制考试大纲

### 一、基本内容与要求

#### (一) 能控能观性

- 1、掌握线性系统的基本描述方法及相应的运动分析方法。
- 2、掌握能控性能观性的基本判据以及证明过程和应用方法。
- 3、掌握能控分解、能观分解，以及能控能观分解和最小实现。
- 4、理解离散系统能控性与能观性的基本判据及使用方法。

#### (二) 极点配置与观测器

- 1、掌握能控性与极点配置的关系，以及极点配置的设计方法。
- 2、掌握能观性与状态观测器的关系，以及分离定理。
- 3、掌握全维观测器和降维观测器的设计方法。

#### (三) 鲁棒与优化控制

- 1、掌握线性二次型指标的最优控制设计方法。
- 2、理解线性系统的解耦控制设计方法。
- 3、理解不确定线性系统二次稳定的充要条件，以及鲁棒状态反馈设计的线性矩阵不等式方法。

### 二、参考书目

- 4、《线性系统理论》，程兆林，马树萍，科学出版社，2007。
- 5、《线性系统理论》，郑大钟，清华大学出版社，2002。