

请考生注意:

1. 数学专业综合课试题含常微分方程、近世代数、概率论与数理统计、系统控制四门课程的内容,考生可任选其中二门课程的试题解答,多选无效。

2. 每门课试题满分75分。

常微分方程考试大纲

一、基本内容与要求

(一) 初等积分法

1. 熟练掌握变量可分离方程、可化为变量分离方程的类型、一阶线性方程与常数变易法、全微分方程与积分因子等的解法。掌握一阶隐方程与参数表示。

2. 会应用降阶法解某些高阶方程。

3. 会建立简单的微分方程模型。

(二) 线性方程和线性方程组

1. 掌握线性微分方程(组)的一般理论。

2. 掌握常系数线性微分方程(组)的解法。

3. 能应用线性方程(组)解的结构对方程的解做简单定性分析。

4. 了解二阶线性方程的幂级数解法和 Laplace 方法。

5. 会应用二阶常系数线性方程分析振动现象。

6. 会求二阶微分方程组的奇点及其类型

(三) 基本定理

1. 掌握初值问题的存在、唯一性定理和解的延拓及解关于初值的连续、可微性定理

2. 掌握解的存在、唯一性定理及证明。

近世代数考试大纲

一、基本内容与要求

(一) 基本概念

1. 理解集合与映射的概念,掌握集合之间的运算,能够在集合之间建立映射关系,并判断两个映射是否相同。

2. 掌握代数运算与映射的关系,能够建立有限集合之间的运算表,并判断给定的运算是否满足结合律、交换律以及两种分配律。

3. 掌握同态映射、同构映射和自同构的概念,理解同态与同态满射(满同态)的关系,并能判定映射是否是同态满射(满同态),掌握具有同态满射(满同态)的集合之间的联系。能够判定给定的映射和运算是否是同构关系,能建立两个集合之间的同构映射。

4. 理解关系和等价关系的概念,掌握等价关系和分类之间的转换定理,熟练判定给定的关系是否是等价关系。并熟悉剩余类的基本特性,能够建立整数间给定模的剩余类。

(二) 群论

1. 掌握群的等价定义和例子,理解左、右单位元,左、右逆元的意义,掌握有限群、无限群、群的阶和交换群的概念。充分掌握单位元、逆元的存在性和唯一性,了解消去律的定义,能熟练掌握群与阶的关系,会计算群元素的阶。

2. 理解群同构、同态的定义,掌握一个群的自同构的集合也成群的证明,掌握群同态的有

关性质，并能证明在同态满射下，单位元的像也是单位元，元 a 的逆元的像是 a 的像的逆元。

3. 掌握循环群的定义和由生成元决定循环群的性质与特点，熟练掌握剩余类加群，并能证明任一循环群可以与整数加群或模为 n 的剩余类加群同构。以及与循环群同态的群的性质。

4. 熟练掌握变换的符号的运用和变换的乘法，能证明可以成群的变换只包含一一变换，且单位元一定是恒等变换。了解变换群的定义和性质。掌握任何一个群都同一个变换群同构的定理的证明。掌握元素求逆等运算。

5. 理解置换与置换群的定义与性质，掌握每一个 n 元置换都可以写成若干个互相没有共同数字（不相连）的循环置换（轮换）的乘积的证明与运用。理解有限群与置换群的同构关系。

6. 掌握子群的定义，掌握群的子集成群的充分而且必要的条件与判定定理，并能掌握找出已知群的子群的一般方法，了解群与子群中的单位元与逆元的关系，以及子群与子群之间的关系。

7. 掌握陪集的定义，以及与等价关系和分类之间的关系，了解子群与陪集之间的关系，并能证明有限群的阶能被元的阶整除的定理，以及阶为素数的群一定为循环群的证明。

8. 掌握不变子群（正规子群）的定义，能掌握一个群的子群是不变子群（正规子群）的充分必要条件的定理，理解商群的定义，能证明一个群同它的每一个商群同态的定理，了解核的定义，掌握两个具有同态关系的群之间子群或不变子群（正规子群）的象的性质。并能将子群或不变子群（正规子群）的性质运用到循环群、变换群等群之中。

9. 掌握 Sylow 定理的应用。

(三) 环与域

1. 理解交换环的定义和例子，熟悉单位元、逆元和零因子的性质并能熟练运用。掌握消去律与零因子的关系。

2. 了解除环的定义，能举出域的例子，除环与加群、乘群的关系。熟悉无零因子环中的计算规则，掌握无零因子环中特征的性质

3. 理解子环、子除环的定义，并能写出子整环、子域的概念，了解同态、同构环之间的性质，了解多项式成环，熟悉多项式环中的未定元、次数以及系数、无关未定元的作用。

4. 掌握理想的定义，理解理想的构成，以及零理想、单位理想和主理想的构成，能判断一个子环是否为理想，和理想是否为主理想。了解什么是最大理想，且和剩余类环的关联。

5. 掌握没有零因子的交换环一定是一个域的子环，了解商域的构成，并掌握同构的环的商域也同构的定理。理解主理想环的概念和引理，能证明主理想环是唯一分解环。

6. 理解欧氏环的定义，理解欧氏环、整数环都是主理想环与唯一分解环的证明，并能证明域一定是一个欧氏环。

概率论与数理统计考试大纲

一、基本内容与要求

(一) 概率论

1. 理解随机事件和样本空间的概念，掌握事件之间的关系与运算；理解并熟练掌握概率的古典定义；理解几何概率，概率的统计定义及公理化定义；熟练掌握概率的基本性质，会用于计算；理解并掌握条件概率的定义，事件独立性。熟练掌握乘法公式、全概率公式与贝叶斯公式及其应用；熟练掌握 Bernoulli 概型。

2. 理解随机变量的概念；理解并熟练掌握分布函数、分布律、概率密度等概念及其性质，掌握分布函数与分布律，分布函数与概率密度之间的关系；掌握二项分布、Poisson 分布、均匀分布、指数分布，熟练掌握正态分布，会查标准正态分布表；熟练掌握随机变量函数分布的求法。

3. 熟练掌握随机变量的数学期望、方差及其求法。掌握特征函数的定义及性质，特征函数与期望和方差之间的关系，理解反演公式和唯一性定理。

4. 理解二维随机变量及其分布的定义，会求边缘分布，掌握随机变量的独立性；掌握二维随机变量期望、方差、协方差、相关系数及其性质；理解条件分布和条件数学期望；会求二维随机变量函数的分布；理解二维随机变量特征函数及其性质；了解三维及三维以上随机变量的定义和分布；掌握 n 维正态分布定义及性质， χ^2 -分布、 t -分布和 F -分布。

5. 理解大数定律和中心极限定理的统计背景，意义及其应用，了解依概率 1 收敛，依概率收敛及依分布收敛的意义和相互关系。

(二) 数理统计

1. 掌握数理统计的基本概念；熟练掌握矩估计法和极大似然估计法；熟练掌握无偏估计、有效估计和相合估计；熟练掌握区间估计定义及其意义。

2. 充分理解和掌握 Neyman-Pearson 假设检验的基本思想和方法；熟练掌握正态总体参数假设检验方法。

系统控制考试大纲

一、基本内容与要求

(一) 能控能观性

掌握线性系统的基本描述方法及相应的运动分析方法。

掌握能控性能观性的基本判据以及证明过程和应用方法。

掌握能控分解、能观分解，以及能控能观分解和最小实现。

理解离散系统能控性与能观性的基本判据及使用方法。

(二) 极点配置与观测器

掌握能控性与极点配置的关系，以及极点配置的设计方法。

掌握能观性与状态观测器的关系，以及分离定理。

掌握全维观测器和降维观测器的设计方法。

(三) 鲁棒与优化控制

掌握线性二次型指标的最优控制设计方法。

理解线性系统的解耦控制设计方法。

理解不确定线性系统二次稳定的充要条件，以及鲁棒状态反馈设计的线性矩阵不等式方法。