## 【P64 复习题】

**1.** 用动物做实验材料，要求体重(单位：克)$\mu=10$，若$\mu<10$需继续饲养，若$\mu>10$则应该淘汰，从一批动物中任意抽出容量n=10的样本，若总体标准差$\sigma=0.4$，样本均值$\bar{x}=10.23$，试作显著性检验($\alpha=0.05$)。答：$H_1$ 为$\mu\neq10$，$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=0.126$，u=1.825，$\mu_{0.975}=1.96$。

**2.** 饲养场规定肉鸡平均体重超过3公斤方可屠宰，若从鸡群中随机抽取20只，得到体重的平均值为2.8公斤，标准差为0.2公斤，问这一批鸡可否屠宰，$\alpha=0.05$。

答：$H_1$ 为$\mu>3$，$\frac{s}{\sqrt{n-1}}=0.046$，t=−4.348，$t_{0.95}(19)=1.729$。

**3.** 玉米单交种105的平均穗重(单位：克)为300，喷药后随机抽取9个果穗，其穗重为308,305,311,298,315,300,321,294,320，问喷药前后的果穗重是否有显著的差异($\alpha=0.05$)。

答：$H_1$ 为$\mu\neq300$，$\bar{x}=308$，s=9.068，$\frac{s}{\sqrt{n-1}}=3.206$，t=2.495，$t_{0.975}(8)=2.306$。

**4.** 某地春小麦品种的千粒重(单位：克)为34，引入一外地品种在8个小区种植得到各小区的千粒重为35.6,37.6,33.4,35.1,32.7,36.8,35.9,34.6，试检验该外地品种与当地品种的千粒重是否有显著的差异($\alpha=0.05$)。

答：$H_1$ 为$\mu>34$，$\bar{x}=35$。213，s=1.534，$\frac{s}{\sqrt{n-1}}=0.580$，t=2.091，$t_{0.95}(7)=1.895$。

**5.** 已知我国14岁女学生的平均体重(单位：Kg)为43.38，从该年龄的女学生中抽查10名运动员的体重，分别为39,36,43,43,40,46,45,45,42,41，试问这些运动员的体重与上述平均体重的差异是否显著($\alpha=0.05$)。

答：$H_1$ 为$\mu\neq43.38$，$\bar{x}=42$，s=2.933，$\frac{s}{\sqrt{n-1}}=0.978$，t=1.411，$t_{0.975}(9)=2.262$。

**6.** 十株杂交水稻单株产量(单位：克)的观测值为272,200,268,247,267,246,263,216,206,256，试检验该杂交水稻总体的单株产量是否为250($\alpha=0.05$)。

答：$H_1$ 为$\mu\neq250$，$\bar{x}=254.1$，s=43.990，$\frac{s}{\sqrt{n-1}}=14.663$，t=0.280，$t_{0.975}(9)=2.262$。

**7.** 两个小麦品种从播种到抽穗所需天数的观测值分别为101,100,99,99,98,100,98,99,99,99与100,98,100,99,98,99,98,98,99,100，试用两个正态总体均值与方差作假设检验的方法检验两品种的观测值有没有显著的差异($\alpha=0.05$)。

答：$H_1$ 为$\mu_1\neq\mu_2$，$\bar{x}=99.2$，$s_x=0.872$，$ssx=7.6$，$\bar{y}=98.9$，$s_y=0.831$，$ssy=6.9$，f=1.101，$s_w^2=0.806$，$s_w=0.898$，$t=0.747$，$F_{0.95}(9,9)=3.14$，$t_{0.975}(18)=2.101$，接受$H_0$，认为两品种的观测值有没有显著的差异。

**8.** 某小麦品种经过4代选育，从第5代和第6代中分别抽出10株得到它们株高的观测值分别为66,65,66,68,62,65,63,66,68,62和64,61,57,65,65,63,62,63,64,60，试检验株高这一性状是否已达到稳定($\alpha=0.05$)。

答：$H_1$ 为$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，$\bar{x}=65.1$，$s_x=2.071$，$ssx=42.9$，$\bar{y}=62.4$，$s_y=2.375$，$ssy=56.4$，f=1.315，$F_{0.95}(9,9)=3.14$，接受$H_0$，认为株高这一性状已达到稳定。

## 【P74 复习题】

**1.** 以缺裂叶和薯叶的蕃茄品种杂交，在F2代500株中有390株呈缺裂叶，试检验观测结果与理论百分率75%，(1)是否有显著的差异；(2)是否显著地小一些(α =0.05)。

答：设缺裂叶数为$\sum_i x_i$，u=$\dfrac{\bar{x}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$，(1)$H_0$为p=0.75，$H_1$为p≠0.75。根据$p_0$=0.75及容量n＝500的样本观测值算出$\bar{x}$＝0.78，$\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}$=0.019，u＝1.579，由α查标准正态分布的分布函数值表得到$u_{0.975}$＝1.960，|u|<1.960，因此应该接受$H_0$，认为p=0.75；

(2) $H_1$为p＜0.75，由α查标准正态分布的分布函数值表得到$u_{0.95}$＝1.645，u>–1.645，因此应该接受$H_0$，认为p=0.75。

**2.** 以糯和非糯玉米杂交，预期F1代植株上糯性花粉粒的成数p＝0.5，结果观测到200粒花粉中糯性花粉有80粒，问这个结果与预期的结果是否有显著的差异(α =0.05)。

答：设糯性花粉数为$\sum_i x_i$，u=$\dfrac{\bar{x}-p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$，$H_0$为p=0.5，$H_1$为p≠0.5。根据$p_0$=0.5及容量n＝200的样本观测值算出$\bar{x}$＝0.4，$\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}$=0.035，u＝–2.857，由α查标准正态分布的分布函数值表得到$u_{0.975}$＝1.960，|u|>1.960，因此应该放弃$H_0$，认为p≠0.5。

**3.** 某试验测定单株选种对提高甘蓝结球率的影响，结果单株选种的504株中30株不结球，而作为对照的531株中58株不结球，试检验两者的差异是否显著(α =0.05)。

答：设u＝$\dfrac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{m}\right)}}$，$H_0$为$p_1$＝$p_2$，$H_1$为$p_1$≠$p_2$，根据容量为n＝504和m＝531的两个样本观测值算出$\bar{x}$=0.060，$\bar{y}$=0.109，$\bar{p}$＝0.085，$\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{m}\right)}$=0.017，u＝–2.882，由α查标准正态分布的分布函数值表得到$u_{0.975}$＝1.960，|u|>1.960，因此应该放弃$H_0$，认为$p_1$≠$p_2$。

**4.** 报载某城市对养猫灭鼠的效果所作统计的结果为：119个养猫户中15户有鼠，418个无猫户中58户有鼠，试当显著性水平为0.05时检验在这个大城市中养猫灭鼠的效果不明显(α =0.05)。

答：/设u＝$\dfrac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{m}\right)}}$，$H_0$为$p_1$＝$p_2$，$H_1$为$p_1$≠$p_2$，根据容量为n＝119和m＝418的两个样本观测值算出$\bar{x}$=0.126，$\bar{y}$=0.139，$\bar{p}$＝0.136，$\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{m}\right)}$=0.036， u=−0.361，由α查标准正态分布的分布函数值表得到$u_{0.975}$=1.960，|u|<1.960，因此应该接受$H_0$，认为$p_1=p_2$。

**5.** 设总体X服从N(μ,$\sigma^2$)分布，X的一个样本为$X_1$、$X_2$、…、$X_n$、均值为$\overline{X}$、修正方差为$S^{*2}$，样本的观测值为$x_1,x_2,\cdots,x_n$、均值的观测值为$\bar{x}$、修正方差的观测值为$s^{*2}$，显著性水平为α，若$\sigma^2$未知，对于给定的数值$\mu_0$，作一个正态总体均值的假设检验时，$H_0$为$\mu=\mu_0$，而$H_1$为$\mu\neq\mu_0$，试论述$H_0$的放弃域为$\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\frac{s^*}{\sqrt{n}}}\geqslant t_{1-0.5\alpha}(n-1)$。

解：可设T=$\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\frac{S^*}{\sqrt{n}}}$，它的观测值t=$\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{s^*}{\sqrt{n}}}$，当$H_0$为真时，因为T～t(n−1)，所以

P{|T|≥$t_{1-0.5\alpha}$(n−1)}=α，故当|t|≥$t_{1-0.5\alpha}$(n−1)时放弃$H_0$，认为$\mu\neq\mu_0$；

$H_0$的放弃域为$\dfrac{|\bar{x}-\mu_0|}{\frac{s^*}{\sqrt{n}}}\geqslant t_{1-0.5\alpha}(n-1)$。

**6.** 对于成对的甲、乙两样本的观测值，当两样本相互独立时，可在计算样本观测值的差之后，根据复习题5所论述的放弃域作均值差=0或<0或>0的显著性检验。若成对的试验数分别是试验甲：4.90，5.22，5.50，6.02，6.34，7.66，8.65，4.87；

试验乙：4.93，4.90，5.14，5.70，6.11，6.88，7.93，5.01；

甲−乙：−0.03，0.32，0.36，0.32，0.23，0.78，0.72，−0.14；

α=0.05，试作均值差=0或<0或>0的显著性检验。

解：可设D=$X_i-Y_i$，d=$x_i-y_i$，$\overline{D}=\overline{X}-\overline{Y}$，$\bar{d}=\bar{x}-\bar{y}$，$H_0$为D=0，而$H_1$为D≠0或<0或>0，则当X与Y都服从正态分布且均值差=0时，$\overline{D}=\overline{X}-\overline{Y}$服从N（0,$\dfrac{\sigma^2}{n}$）分布，$\dfrac{\overline{D}}{\frac{S^*}{\sqrt{n}}}$～t（n−1）分布。因为$\bar{d}=\bar{x}-\bar{y}$=0.32，s=0.299，$\dfrac{s^*}{\sqrt{n}}=\dfrac{s}{\sqrt{n-1}}$=0.113，t=2.831，$t_{0.975}(7)$=2.365，$t_{0.95}(7)$=1.895，所以接受$H_0$。

**7.** 设总体X服从N(μ,$\sigma^2$)分布，X的一个样本为$X_1$、$X_2$、…、$X_n$、均值为$\overline{X}$，样本的观测值为$x_1,x_2,\cdots,x_n$、均值的观测值为$\bar{x}$，显著性水平为α，若μ已知，对于给定的数值$\sigma_0^2$，作一个正态总体方差的假设检验，$H_0$为$\sigma^2=\sigma_0^2$，而$H_1$为$\sigma^2\neq\sigma_0^2$时，试论述$H_0$的放弃域为$\dfrac{\sum_i(x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\leqslant\chi^2_{0.5\alpha}(n)$ 或 $\dfrac{\sum_i(x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\geqslant\chi^2_{1-0.5\alpha}(n)$。

解：可设 $\chi^2=\dfrac{\sum_i (X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}$，它的观测值 $\chi^2=\dfrac{\sum_i (x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}$，当 $H_0$ 为真时，因为

$\chi^2 \sim \chi^2(n)$，所以 $P\{\dfrac{\sum_i (x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\leqslant \chi^2_{0.5\alpha}(n)$ 或 $\dfrac{\sum_i (x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\geqslant \chi^2_{1-0.5\alpha}(n)\}=\alpha$，故

$\dfrac{\sum_i (x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\leqslant \chi^2_{0.5\alpha}(n-1)$ 或 $\dfrac{\sum_i (x_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\geqslant \chi^2_{1-0.5\alpha}(n-1)$ 时放弃 $H_0$，认为 $\sigma^2\neq\sigma_0^2$。

**8.** 设总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，总体 $Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，X的一个样本为 $X_1$、$X_2$、…、$X_n$、样本的观测值为 $x_1$、$x_2$、…、$x_n$，Y的一个样本为 $Y_1$、$Y_2$、…、$Y_m$、样本的观测值为 $y_1$、$y_2$、…、$y_m$，它们相互独立且均值为 $\overline{X}$ 与 $\overline{Y}$、均值的观测值为 $\overline{x}$ 与 $\overline{y}$，离均差平方和为SSX与SSY、其观测值为 $ssx$ 与 $ssy$，显著性水平为 $\alpha$，当 $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$ 但 $\sigma^2$ 未知时，对于给定的数值 $\delta$，作两个正态总体均值的假设检验，$H_0$ 为 $\mu_1-\mu_2=\delta$，而 $H_1$ 为 $\mu_1-\mu_2\neq\delta$，试论述 $H_0$ 的放弃域为 $\dfrac{|(\overline{x}-\overline{y})-\delta|}{s_W\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}\geqslant t_{1-0.5\alpha}(n+m-2)$，式中的 $s_w^2=\dfrac{ssx+ssy}{n+m-2}$。

解：可设 $T=\dfrac{(\overline{X}-\overline{Y})-\delta}{S_W\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}$，它的观测值 $t=\dfrac{(\overline{x}-\overline{y})-\delta}{s_W\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}$，式中的 $S_W^2=\dfrac{SSX+SSY}{n+m-2}$，它的观测值 $s_w^2=\dfrac{ssx+ssy}{n+m-2}$，当 $H_0$ 为真时，因为 $T\sim t(n+m-2)$，所以 $P\{\dfrac{|(\overline{X}-\overline{Y})-\delta|}{S_W\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}\geqslant t_{1-0.5\alpha}(n+m-2)\}$ $=\alpha$，故当 $\dfrac{|(\overline{x}-\overline{y})-\delta|}{s_W\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}\geqslant t_{1-0.5\alpha}(n+m-2)$ 时放弃 $H_0$，认为 $\mu_1-\mu_2\neq\delta$。

## 【P83复习题】

**1.** 在某苗圃中随机地抽取100株某种苗木，观测苗高并将苗高的数据整理如下：

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 组下限 | 1.265 | 1.295 | 1.325 | 1.355 | 1.385 | 1.415 | 1.445 | 1.475 | 1.505 | 1.535 |
| 组上限 | 1.295 | 1.325 | 1.355 | 1.385 | 1.415 | 1.445 | 1.475 | 1.505 | 1.535 | 1.565 |
| 组中值 | 1.28 | 1.31 | 1.34 | 1.37 | 1.40 | 1.43 | 1.46 | 1.49 | 1.52 | 1.55 |
| 频 次 | 1 | 4 | 7 | 22 | 23 | 25 | 10 | 6 | 1 | 1 |

试用 $\chi^2$ 检验法检验取出上述观测值的总体X服从正态分布($\alpha=0.05$)。
解：根据各组中值及对应的频数计算得到 $\overline{x}=1.406$，$s^*=0.048$。若取出观测值的总体服

从$N(\mu,\sigma^2)$分布，则$\bar{x}$和$s^{*2}$应该是$\mu$和$\sigma^2$的极大似然估计量，用$\chi^2$检验法检验的$H_0$是总体X服从正态分布$N(\bar{x},s^{*2})$。

对组下限和组上限作标准化变换后列出以下计算表格：

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 组下限 | $-\infty$ | $-2.31$ | $-1.69$ | $-1.06$ | $-0.44$ | 0.19 | 0.81 | 1.44 | 2.06 | 2.69 |
| 组上限 | $-2.31$ | $-1.69$ | $-1.06$ | $-0.44$ | 0.19 | 0.81 | 1.44 | 2.06 | 2.69 | $+\infty$ |
| $n_i$ | 1 | 4 | 7 | 22 | 23 | 25 | 10 | 6 | 1 | 1 |
| $n\hat{p}_i$ | 1.04 | 3.51 | 9.91 | 18.54 | 24.53 | 21.57 | 13.41 | 5.52 | 1.61 | 0.36 |
| | 4.55 | | | | | | | 7.49 | | |

表中的$\hat{p}_i=\Phi(a_i)-\Phi(a_{i-1})$，因此

$n\hat{p}_1=100\times[\Phi(-2.31)-\Phi(-\infty)]=1.04-0=1.04$，

$n\hat{p}_2=100\times[\Phi(-1.69)-\Phi(-2.31)]=4.55-1.04=3.51$，

$n\hat{p}_3=100\times[\Phi(-1.06)-\Phi(-1.69)]=14.46-4.55=9.91$，

$n\hat{p}_4=100\times[\Phi(-0.44)-\Phi(-1.06)]=33.00-14.46=18.54$，

$n\hat{p}_5=100\times[\Phi(0.19)-\Phi(-0.44)]=57.53-33.00=24.53$，

$n\hat{p}_6=100\times[\Phi(0.81)-\Phi(0.19)]=79.10-57.53=21.57$，

$n\hat{p}_7=100\times[\Phi(1.44)-\Phi(0.81)]=92.51-79.10=13.41$，

$n\hat{p}_8=100\times[\Phi(2.06)-\Phi(1.44)]=98.03-92.51=5.52$，

$n\hat{p}_9=100\times[\Phi(2.69)-\Phi(2.06)]=99.64-98.03=1.61$，

$n\hat{p}_{10}=100\times[\Phi(+\infty)-\Phi(2.69)]=100-99.64=0.36$。

计算$\chi^2$统计量的观测值得到$\chi^2=\sum_i\frac{(n_i-n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}=3.087$，查$\chi^2$分布的分位数表得到$\chi^2_{0.95}(7-2-1)=9.49$，因此接受$H_0$，认为取出观测值的总体服从正态分布。

**2.** 根据某10个骑兵连20年的记录，一个连队一年受马践踏而死亡的人数及频数如下：

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 死亡人数 | 0 | 1 | 2 | $\geqslant 3$ |
| 频数 | 109 | 65 | 22 | 4 |

试检验这一类记录的数字服从P(λ)分布。

解：用加权平均法得到$\bar{x}$=0.605，则$\hat{\lambda}$=0.605，根据P{X=k}=$\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$，可以推出

P{k+1}=$\dfrac{\lambda}{k+1}$P{k}，计算得到

| 死亡人数 | 0 | 1 | 2 | ≥3 |
|---|---|---|---|---|
| 频数 | 109 | 65 | 22 | 4 |
| 理论频率 | 0.5461 | 0.3304 | 0.0999 | 0.0236 |
| 理论频数 | 109.22 | 66.08 | 19.98 | 4.72 |

计算χ$^2$统计量的观测值得到χ$^2$＝$\sum_i \dfrac{(n_i-n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}$＝0.3321，查χ$^2$分布的分位数表得到χ$^2_{0.95}$(4−2−1)＝5.99，因此接受H$_0$，认为这一类记录的数字服从P(λ)分布。

**3.** 菠菜的雄株和雌株的性比为1 : 1，从200株中观测到雄株数为108，雌株数为92，试检验108 : 92与1 : 1是否有显著的差异。

解：如果菠菜的雄株和雌株的性比为1 : 1，则从200株中观测到的雄株数与雌株数应该同为100，计算得到χ$^2$＝$\sum_i \dfrac{(n_i-n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}$＝1.28，或修正为χ$^2$＝$\sum_i \dfrac{(|n_i-n\hat{p}_i|-0.5)^2}{n\hat{p}_i}$＝1.125，查χ$^2$分布的分位数表得到χ$^2_{0.95}$(2−1)＝3.84因此接受H$_0$，认为108 : 92与1 : 1没有显著的差异。

**4.** 作南瓜果皮色泽和形状的遗传学试验，得到F2代的观测数据如下：

| 表现型 | 白皮蝶形 | 白皮圆形 | 黄皮蝶形 | 黄皮圆形 |
|---|---|---|---|---|
| 频次 | 420 | 159 | 145 | 60 |

试检验分离比符合9 : 3 : 3 : 1。

解：如果分离比符合9 : 3 : 3 : 1，则从784株中观测到的比例应该为441 : 147 : 147 : 49，计算得到χ$^2$＝$\sum_i \dfrac{(n_i-n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}$＝4.476，查χ$^2$分布的分位数表得到χ$^2_{0.95}$(4−1)＝7.81，因此接受H$_0$，认为分离比符合9 : 3 : 3 : 1,。

**5.** 在调查的480名男性中38名患有色盲，520名女性中6名患有色盲，试检验性别与患色盲相互独立。

**解：**本例要作联列表分类标志的独立性检验，H$_0$为这两种分类标志相互独立，也就是性别与患色盲相互独立。根据所给的观测值，先由各n$_{ij}$、n$_{i\cdot}$、n$_{\cdot j}$和n计算n$\hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j}$，计算结果列表如下：

| 性别 | 患色盲 | 未患色盲 | 行求和 |
| --- | --- | --- | --- |
| 男 | 38(21.12) | 442(458.88) | 480 |
| 女 | 6(22.88) | 514(497.12) | 520 |
| 列求和 | 44 | 956 | 1000 |

$\chi^2=\sum_i\sum_j\frac{(n_{ij}-n\hat{p}_{i\bullet}\hat{p}_{\bullet j})^2}{n\hat{p}_{i\bullet}\hat{p}_{\bullet j}}=27.14$，f=(2−1)(2−1)=1，查$\chi^2$分布的分位数表得到$\chi^2_{0.95}(1)=3.84$，因此放弃原假设$H_0$，认为性别与患色盲不相互独立。