

自动控制原理

第6章 控制系统的校正及综合

东北大学

王建辉 顾树生 主编

杨自厚 主审



第6章 控制系统的校正及综合

主要内容

- 控制系统校正的一般概念
- 串联校正
- 反馈校正
- 前馈校正
- 小结



第6章 控制系统的校正及综合

学习重点

- ❖ 了解控制系统校正的基本思想方法和过程；
- ❖ 熟练掌握典型串联校正的基本原理及设计方法；
- ❖ 了解三种串联校正的特点和适用范围，掌握基本的校正步骤；
- ❖ 理解和掌握反馈校正的设计思想和校正步骤；
- ❖ 了解引入前馈校正的目的，掌握前馈校正的设计思想。



6.1 控制系统校正的一般概念

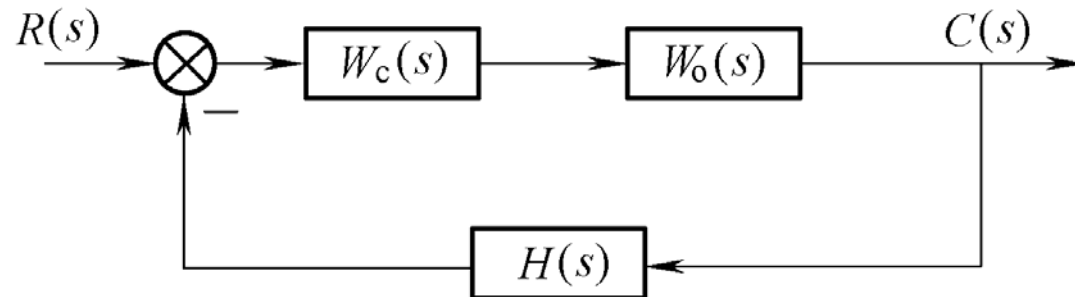
1. 基本校正方法

按校正装置的连接方式划分：

- 串联校正
- 反馈（并联）校正
- 前馈校正

6.1 控制系统校正的一般概念

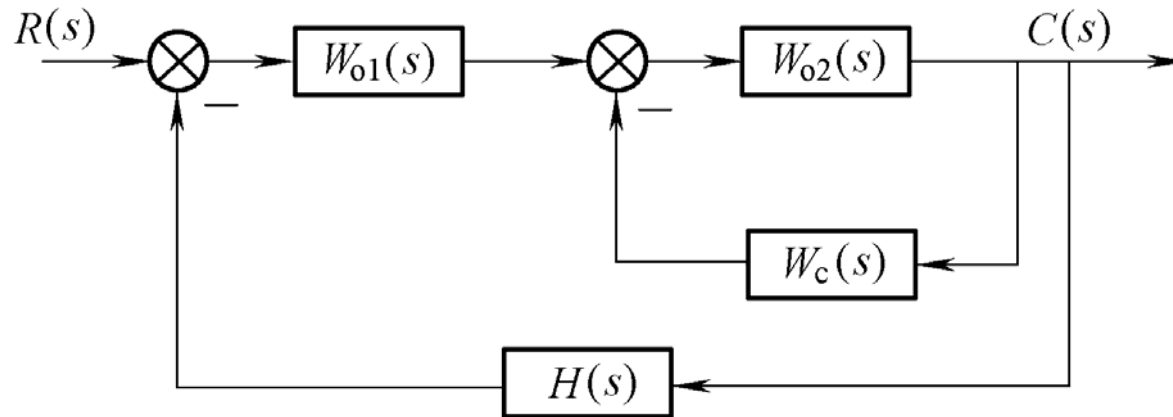
(1) 串联校正



- 为了减少校正装置的输出功率，以降低成本和功耗，通常将串联校正装置安置在前向通道的前端，因为前部信号的功率较小。
- 串联校正的主要问题是参数变化的敏感性较强。
- 串联校正从设计到具体实现均比较简单，是设计中最常使用的。

6.1 控制系统校正的一般概念

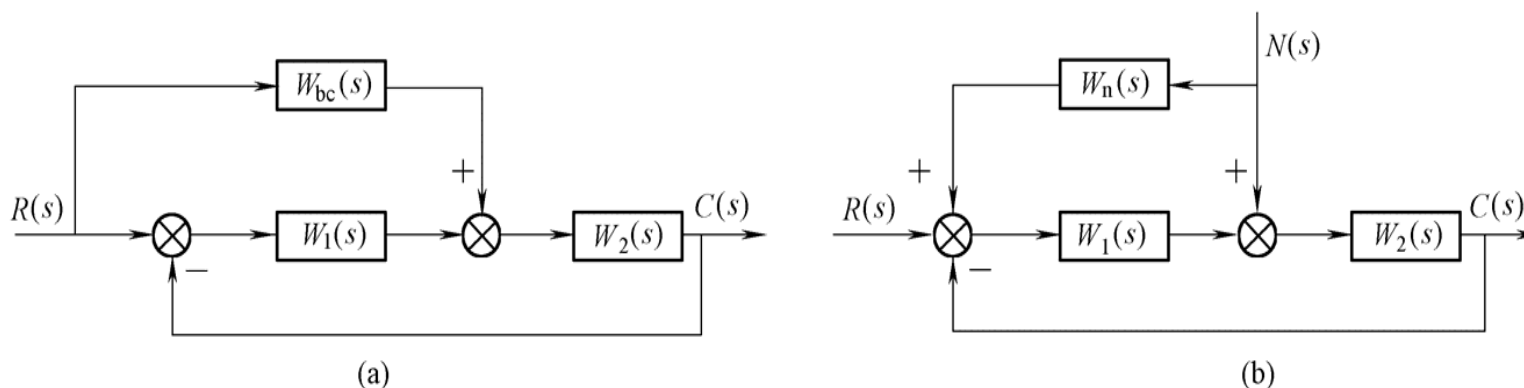
(2) 反馈（并联）校正



- 反馈校正的信号是从高功率点传向低功率点，一般不需要附加放大器。适当地选择反馈校正回路的增益，可以使校正后的性能主要决定于校正装置，而与反馈校正装置所包围的系统固有部分特性无关。
- 反馈校正的一个显著的优点，是可以抑制系统的参数波动及非线性因素对系统性能的影响。
- 反馈校正的设计相对较为复杂。

6.1 控制系统校正的一般概念

(3) 前馈校正



- 按其所取的输入性质的不同，可以分成按给定的前馈校正，如图a所示，以及按扰动的前馈校正，如图b所示。
- 前馈校正由于其输入取自闭环外，所以不影响系统的闭环特征方程式。
- 前馈校正正是基于开环补偿的办法来提高系统的精度，所以前馈校正一般不单独使用，总是和其他校正方式结合应用而构成复合控制系统，以满足某些性能要求较高的系统的需要。



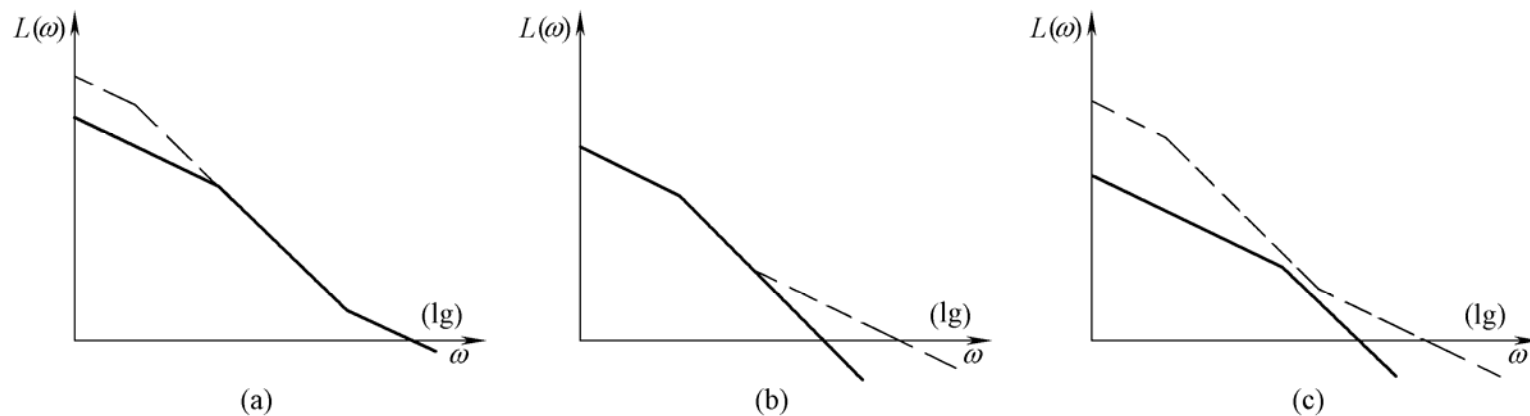
6.1 控制系统校正的一般概念

2. 用频率法校正的特点

- 用频率法校正控制系统，主要是改变频率特性形状，使之具有合适的高频、中频、低频特性和稳定裕量，以得到满意的闭环品质。
- 在初步设计时，常常采用波德图来校正系统。
- 用频率法校正控制系统时，通常是以频率法指标来衡量和调整系统的暂态性能，因而是一种间接的方法。

6.1 控制系统校正的一般概念

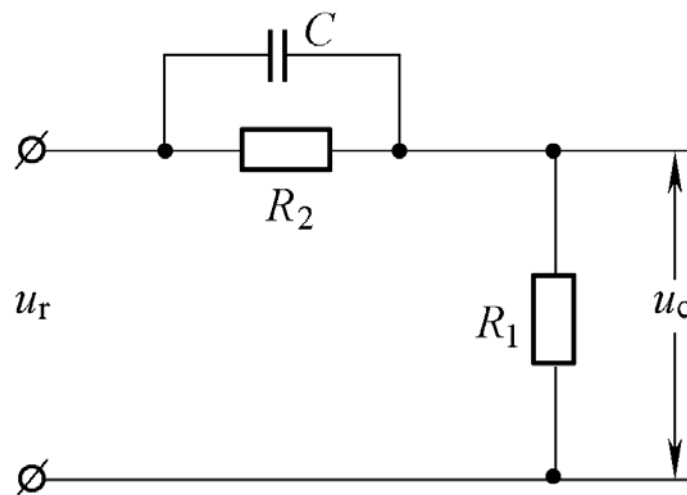
需要校正的几种基本类型



- ① 增加低频增益
- ② 改善中频段特性
- ③ 兼有前两种补偿

6.2 串联校正

(1) 串联引前（微分）校正





6.2 串联校正

传递函数为

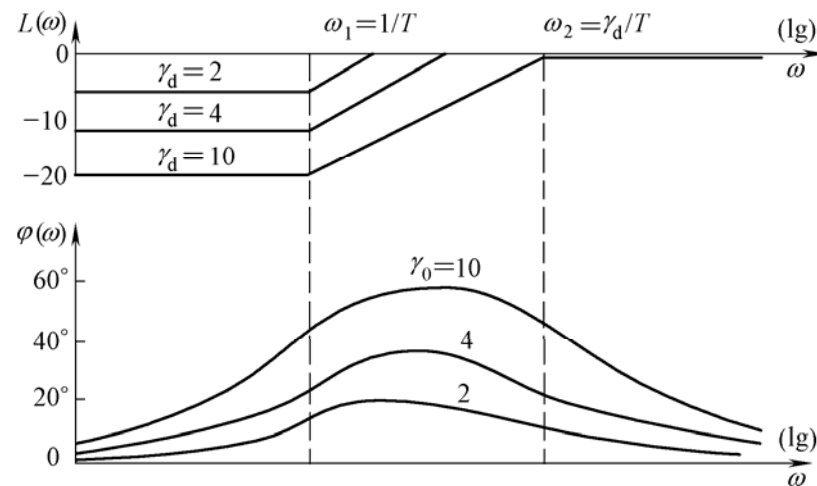
$$W_c(s) = \frac{1}{\gamma_d} \cdot \frac{R_2 cs + 1}{\frac{R_2 c}{\gamma_d} s + 1}, \quad \gamma_d = \frac{R_1 + R_2}{R_1} > 1$$

频率特性为

$$W_c(j\omega) = \frac{1}{\gamma_d} \cdot \frac{j\omega T + 1}{\frac{j\omega T}{\gamma_d} + 1}$$

6.2 串联校正

校正电路的Bode图如下：



$$\omega_2 = \gamma_d \omega_1$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}, \quad \varphi_{\max} = \arcsin \frac{\gamma_d - 1}{\gamma_d + 1}$$



6.2 串联校正

引前校正的设计步骤:

- (1) 根据稳态误差的要求确定系统开环放大系数，绘制**Bode**图，计算出未校正系统的相位裕量和增益裕量。
- (2) 根据给定相位裕量，估计需要附加的相角位移。
- (3) 根据要求的附加相角位移确定 γ_d 。
- (4) 确定 $1/T_d$ 和 γ_d/T_d ，使校正后中频段（穿过零分贝线）斜率为 $-20\text{dB} / \text{十倍频}$ ，并且使校正装置的最大移相角出现在穿越频率的位置上。
- (5) 计算校正后频率特性的相位裕量是否满足给定要求，如不满足须重新计算。
- (6) 计算校正装置参数。



6.2 串联校正

例6-1 一控制系统的传递函数为

$$W(s) = \frac{K}{s \left(\frac{s}{10} + 1 \right)}$$

要求校正后的系统稳态速度误差系数 $K_v \geq 100$ ，相位裕量 $\gamma(\omega_c) \geq 50^\circ$ ，确定校正装置传递函数。



6.2 串联校正

解

由稳态指标的要求，可计算出放大系数
K=100。其传递函数为

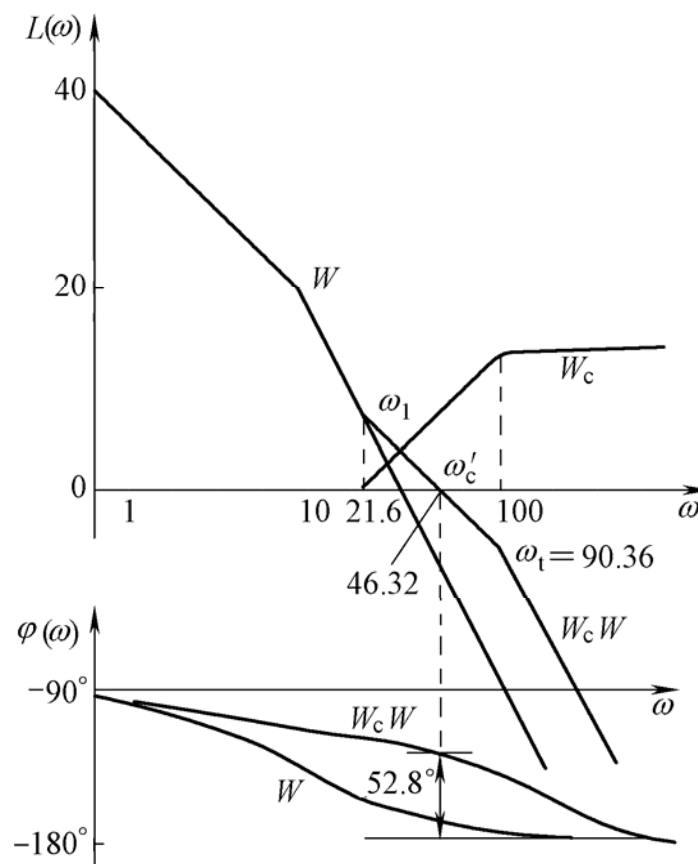
$$W(s) = \frac{100}{s \left(\frac{s}{10} + 1 \right)}$$

$$A(\omega_c) \approx \frac{100}{\omega_c \frac{\omega_c}{10}} = 1 \quad \omega_c = 31.6$$

$$\gamma(\omega_c) = 180^\circ + \left(-90^\circ - \arctan \frac{31.6}{10} \right) = 17.5^\circ$$

6.2 串联校正

Bode图如下图所示





6.2 串联校正

根据系统相位裕量 $\gamma(\omega_c) \geq 50^\circ$ 的要求，微分校正电路最大相位移应为

$$\varphi_{\max} \geq 50^\circ - 17.5^\circ = 32.5^\circ$$



6.2 串联校正

考虑 $\omega'_c > \omega_c$ ，则原系统相角位移将更负些，故 φ_{\max} 应相应地加大。今取 $\varphi_{\max} = 40^\circ$ ，于是可写出

$$\varphi_{\max} = \arcsin \frac{\gamma_d - 1}{\gamma_d + 1} = 40^\circ$$

$$\text{即 } \sin 40^\circ = \frac{\gamma_d - 1}{\gamma_d + 1} = 0.64$$

$$\text{解得 } \gamma_d = 4.6$$



6.2 串联校正

设系统校正后的穿越频率 ω'_c 为校正装置（**0 / +1 / 0**特性）两交接频率 ω_1 和 ω_2 的几何中点（考虑到最大引前相位移 φ_{\max} 是在两交接频率 ω_1 和 ω_2 的几何中点），即

$$\omega'_c = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \omega_1 \sqrt{\gamma_d}$$



6.2 串联校正

$$\text{由 } A(\omega'_c) \approx \frac{100 \frac{\omega'_c}{\omega_1}}{\omega'_c \frac{\omega'_c}{10}} = 1$$

$$\text{解得 } \omega_1 = 21.6, \quad \omega_2 = 99.36, \quad \omega'_c = 46.32$$



6.2 串联校正

校正后的系统传递函数为

$$W_c(s)W(s) = \frac{100 \left(\frac{s}{21.6} + 1 \right)}{s \left(\frac{s}{10} + 1 \right) \left(\frac{s}{99.36} + 1 \right)}$$



6.2 串联校正

校验校正后相位裕量

$$\gamma(\omega'_c) = 180^\circ + \left(-90^\circ - \arctan \frac{46.32}{10} + \arctan \frac{46.32}{21.6} - \arctan \frac{46.32}{99.36} \right) = 52.8^\circ$$

所得结果满足系统的要求。



6.2 串联校正

串联校正装置传递函数为

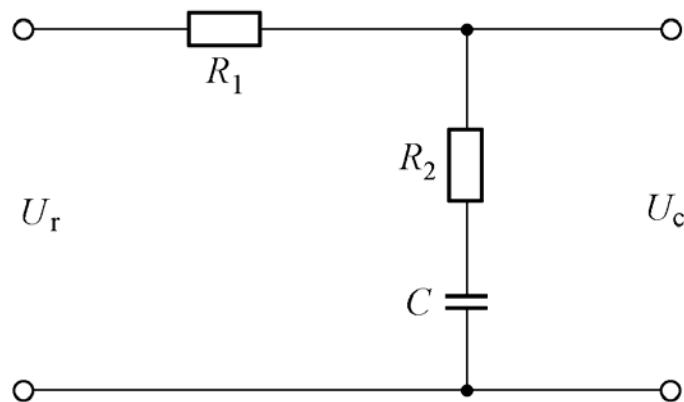
$$W_c(s) = \frac{\frac{s}{21.6} + 1}{\frac{s}{99.36} + 1}$$

可以用相位引前校正电路和放大器来实现。
放大器的放大系数等于

$$\gamma_d = 4.6$$

6.2 串联校正

(2) 串联滞后（积分）校正





6.2 串联校正

传递函数为

$$W_c(s) = \frac{R_2Cs + 1}{(R_1 + R_2)Cs + 1} = \frac{Ts + 1}{\gamma_i Ts + 1}$$

$$\gamma_i = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1, \quad T = R_2C$$



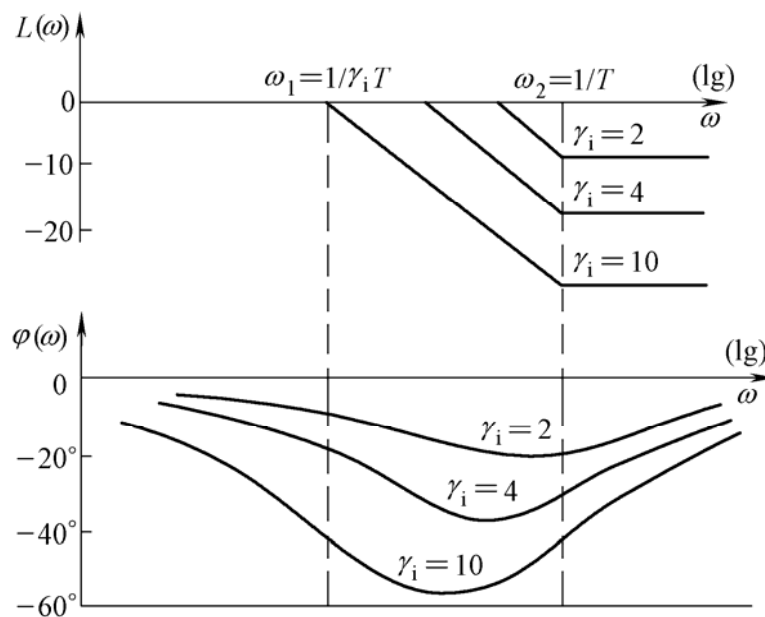
6.2 串联校正

频率特性为

$$W_c(j\omega) = \frac{j\omega T + 1}{j\omega\gamma_i T + 1}$$

6.2 串联校正

校正电路的Bode图如下：



$$\omega_2 = \gamma_i \omega_1$$

$$\omega_{\max} = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2}, \quad \varphi_{\max} = \arcsin \frac{1 - \gamma_i}{1 + \gamma_i}$$



6.2 串联校正

积分校正设计步骤:

- (1) 根据稳态误差的要求确定系统开环放大系数，再用这一放大系数绘制原系统的**Bode**图，计算出本校正系统的相位裕量和增益裕量。
- (2) 根据给定相位裕量，增加 $5^\circ \sim 15^\circ$ 的补偿，估计需要附加的相角位移，找出符合这一要求的频率作为穿越频率 ω_c' 。
- (3) 确定出原系统在 $\omega = \omega_c'$ 处幅值下降到零分贝时所必需的衰减量。使这一衰减量等于 $-20\lg \gamma_i$ ，从而确定 γ_i 的值。
- (4) 选择 $\omega_2 = 1/T$ ，低于 ω_c' 一到十倍，计算 $\omega_1 = \omega_2 / \gamma_i$ 。
- (5) 计算校正后频率特性的相位裕量是否满足给定要求，如不满足须重新计算。
- (6) 计算校正装置参数。



6.2 串联校正

例6-2 系统原有的开环传递函数为

$$W(s) = \frac{K}{s(s+1)(s/4+1)}$$

要求校正后的系统稳态速度误差系数 $K_v = 10$ ，相位裕量 $\gamma(\omega_c) \geq 30^\circ$ ，确定校正装置传递函数。



6.2 串联校正

解： 1) 由稳态指标的要求，确定放大系数**K**。

$$\text{因为 } K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sW(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK}{s(s+1)(s/4+1)} = K$$

$$\text{所以 } K = K_v = 10$$

2) 绘制原系统的频率特性，计算相位裕量。

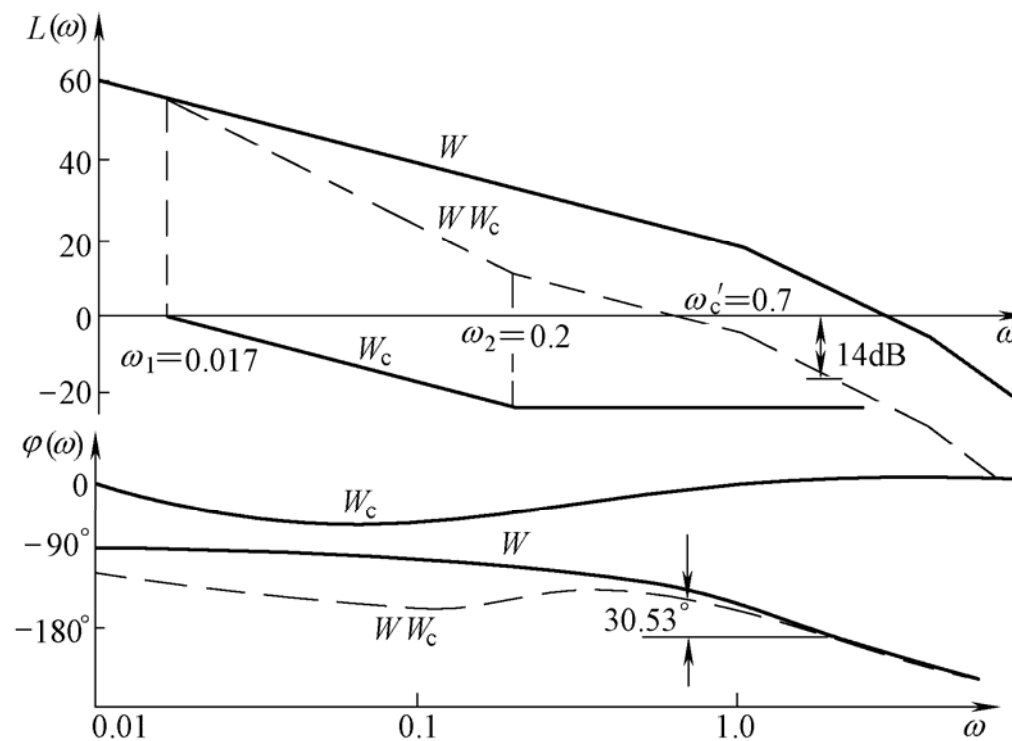
原系统开环传递函数为

$$W(s) = \frac{10}{s(s+1)(s/4+1)}$$

$$\gamma(\omega_c) = -30^\circ$$

6.2 串联校正

Code图如下图所示





6.2 串联校正

3) 在Bode图选取满足要求的 ω'_c 。

按相位裕量 $\gamma(\omega_c) = 30^\circ$ 的要求，并考虑校正装置在穿越频率附近造成的相位迟后的影响，再增加 15° 的补偿裕量，故预选 $\gamma(\omega_c) \approx 45^\circ$ ，取与 $\gamma(\omega_c) = 45^\circ$ 相应的频率 $\omega'_c = 0.7$ 为校正后的穿越频率。



6.2 串联校正

4) 由公式计算求得对应穿越频率 ω'_c 的对数幅频特性增益为21.4dB, 则得

$$20\lg \gamma_i = 21.4\text{dB}, \quad \gamma_i = 11.75$$



6.2 串联校正

5) 预选交接频率 $\omega_2 = 1/T = \omega'_c/3.5$,

$$\text{即 } \omega_2 = \frac{\omega'_c}{3.5} = \frac{0.7}{3.5} = 0.2$$

另一交接频率为

$$\omega_1 = \frac{1}{\gamma_i T} = \frac{0.2}{11.75} = 0.017$$



6.2 串联校正

则校正装置的传递函数为

$$W_c(s) = \frac{Ts + 1}{\gamma_i Ts + 1} = \frac{(s/0.2 + 1)}{(s/0.017 + 1)}$$



6.2 串联校正

6) 校正后系统开环传递函数为

$$W(s)W_c(s) = \frac{10}{s(s+1)(s/4+1)} \cdot \frac{(s/0.2+1)}{(s/0.017+1)}$$

计算相位裕量

$$\gamma(\omega'_c) = 180^\circ + \left(-90^\circ - \arctan \frac{\omega'_c}{0.017} + \arctan \frac{\omega'_c}{0.2} - \arctan \omega'_c - \arctan \frac{\omega'_c}{4} \right)$$



6.2 串联校正

而 $\omega'_c = 0.7$ ， 所以

$$\gamma(\omega'_c) = 30.53^\circ$$

满足系统所提出的要求。

由公式可以求得其增益裕量为14dB。



6.2 串联校正

7) 校正装置选择

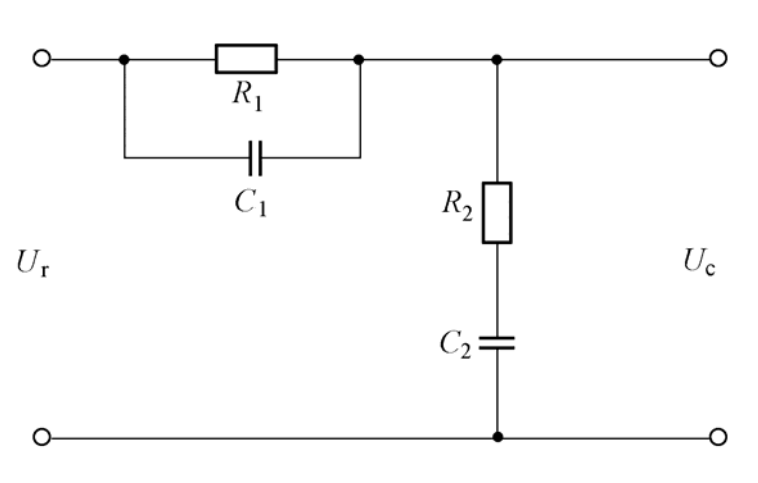
$$T = R_2 C = 5\text{s}$$

如选 $R_2 = 250\text{k}\Omega$,

则 $C = 20\mu\text{F}, R_1 = 3\text{M}\Omega$

6.2 串联校正

(3) 串联滞后-引前（积分-微分）校正





6.2 串联校正

校正电路传递函数为

$$W_c(s) = \frac{(T_d s + 1)(T_i s + 1)}{\left(\frac{T_d}{\gamma} s + 1\right)(\gamma T_i s + 1)}$$

$$\gamma = \frac{(T_d + T_i + R_1 C_2) + \sqrt{(T_d + T_i + R_1 C_2)^2 - 4T_d T_i}}{2T_i} > 1$$

$$T_i = 1/\omega_1, \quad T_d = 1/\omega_2$$



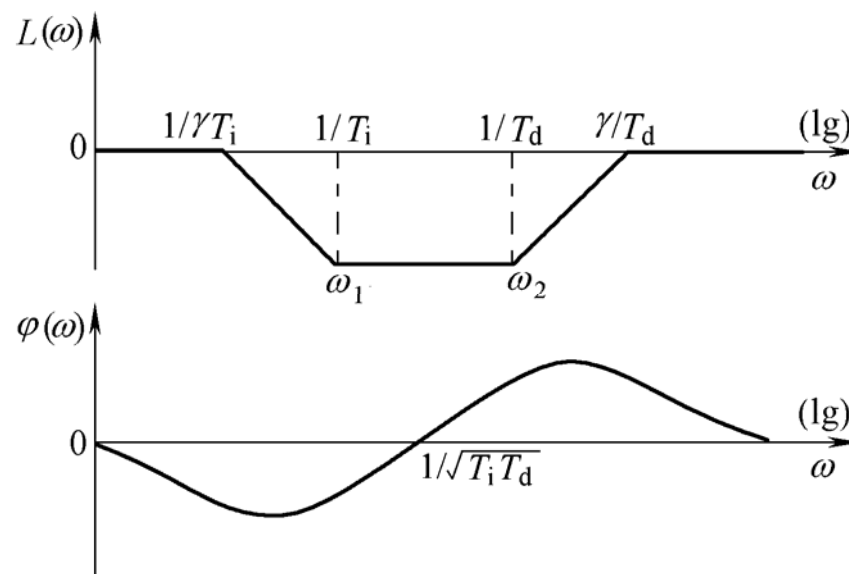
6.2 串联校正

校正电路频率特性为

$$W_c(j\omega) = \left(\frac{j\omega T_d + 1}{j\omega \frac{T_d}{\gamma} + 1} \right) \left(\frac{j\omega T_i + 1}{j\omega \gamma T_i + 1} \right)$$

6.2 串联校正

校正电路的Bode图:





6.2 串联校正

例6-3 一系统的开环传递函数为

$$W(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

试确定滞后-引前校正装置，使系统满足下列指标：速度误差系数 $K_v = 10$ ，相位裕量 $\gamma(\omega_c) = 50^\circ$ ，增益裕量 $GM \geq 10\text{dB}$ 。



6.2 串联校正

解：

根据稳态速度误差系数的要求，可得

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sW(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK}{s(s+1)(s+2)} = 10$$

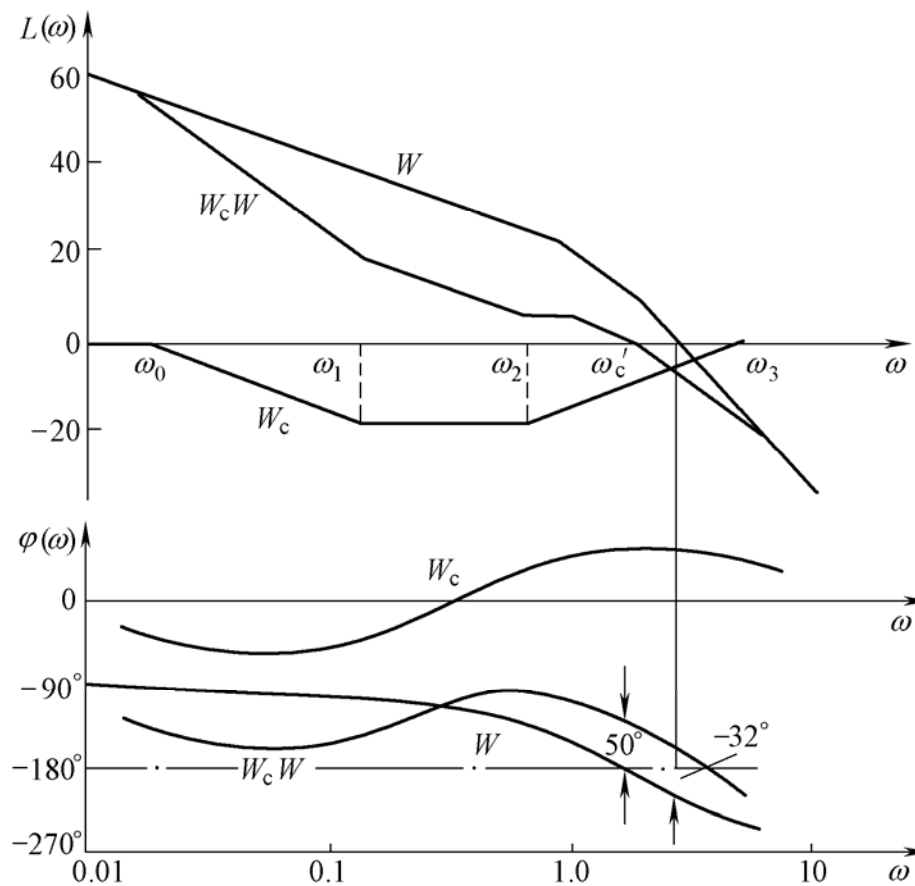
所以 $K = 20$

原系统开环传递函数为

$$W(s) = \frac{10}{s(s+1)(s/2+1)}$$

6.2 串联校正

Bode图如下图所示





6.2 串联校正

选择新的穿越频率 ω'_c 。从 $W(j\omega)$ 的相频曲线可以发现，当 $\omega = 1.5 \text{ rad/s}$ 时，相位移为 -180° 。这样，选择 $\omega'_c = 1.5 \text{ rad/s}$ 易于实现，其所需的相位超前角约为 50° ，可采用一迟后-引前校正电路进行校正。



6.2 串联校正

确定滞后-引前校正电路相位滞后部分。

设交接频率 $\omega_1 = 1/T_i$ ，选在穿越频率 ω'_c 的十分之一处，即 $\omega_1 = 0.15\text{rad/s}$ 。

并且选择 $\gamma = 10$ ，

则交接频率 $\omega_0 = 1/\gamma, T_i = 0.015\text{rad/s}$ 。



6.2 串联校正

滞后-引前校正电路相位滞后部分的传递函数可以写成

$$\left(\frac{s + 0.15}{s + 0.015} \right) = 10 \left(\frac{6.67s + 1}{66.7s + 1} \right)$$



6.2 串联校正

相位引前部分的确定。因新的穿越频率 $\omega'_c = 1.5 \text{ rad/s}$ ，所以可求得 $W(j\omega'_c) = 13 \text{ dB}$ 。

因此，如果滞后-引前校正电路在 $\omega = 1.5 \text{ rad/s}$ 处产生 -13 dB 增益，则 ω'_c 即为所求。根据这一要求，通过点 $(-13 \text{ dB}, 1.5 \text{ rad/s})$ 可以画出一条斜率为 20 dB/十倍频 的直线与 0 dB 线及 -20 dB 线的交点，就确定了所求的交接频率。故得相位引前部分的交接频率 $\omega_2 = 0.7 \text{ rad/s}$, $\omega_3 = 7 \text{ rad/s}$ 。



6.2 串联校正

引前部分的传递函数为

$$\frac{s + 0.7}{s + 7} = \frac{1}{10} \left(\frac{1.43s + 1}{0.143s + 1} \right)$$



6.2 串联校正

滞后-引前校正装置的传递函数为

$$W_c(s) = \left(\frac{s + 0.7}{s + 7} \right) \left(\frac{s + 0.15}{s + 0.015} \right) = \left(\frac{1.43s + 1}{0.143s + 1} \right) \left(\frac{6.67s + 1}{66.7s + 1} \right)$$



6.2 串联校正

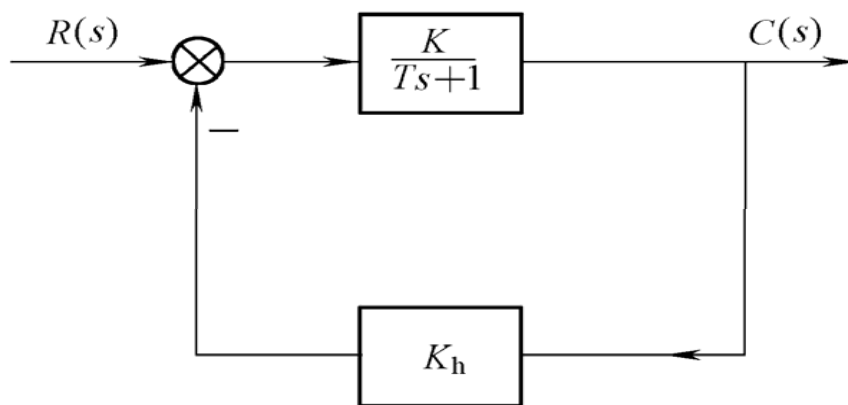
校正后系统的开环传递函数为

$$\begin{aligned} W_C(s)W(s) &= \frac{(s+0.7)(s+0.15)20}{s(s+7)(s+0.015)(s+1)(s+2)} \\ &= \frac{10(1.43s+1)(6.67s+1)}{s(0.143s+1)(66.7s+1)(s+1)(0.5s+1)} \end{aligned}$$

校正后系统的相位裕量等于 50° ，增益裕量等于16dB，而稳态速度误差系数等于 $10s^{-1}$ ，满足所提出的要求。

6.3 反馈（并联）校正

1. 比例负反馈



校正前

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$$

校正后

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Ts + 1 + KK_h} = \frac{K'}{T's + 1}$$

式中

$$T' = \frac{1}{1 + KK_h} T \quad K' = \frac{1}{1 + KK_h} K$$

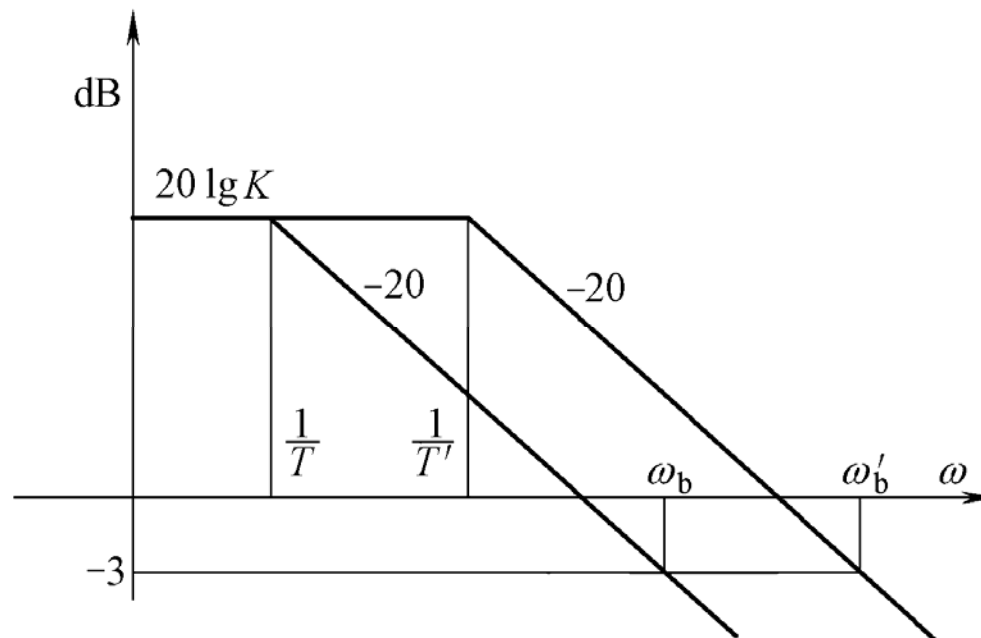


6.3 反馈（并联）校正

说明：从上式中可以看到，由于采用了比例负反馈，使得 T' 大为减小，而由惯性影响的动态特性得到改善。但这种减少是从系统放大倍数同时减小为前提的，这就是平常所说的以牺牲放大倍数来换取动态性能的改善。但是放大倍数的减少可以通过提高串接在系统中的放大环节增益来补偿。

6.3 反馈（并联）校正

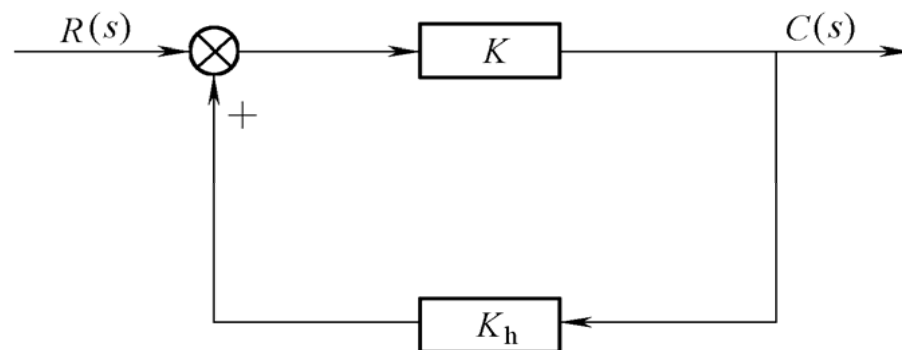
校正前后系统的对数幅频特性如下图所示



说明：从上图中可以很清楚地看到反馈后系统的带宽得到扩展，系统的响应速度加快；对改善系统的动态性能有利。这是在反馈校正中常用的一种方法。

6.3 反馈（并联）校正

2. 正反馈



校正后

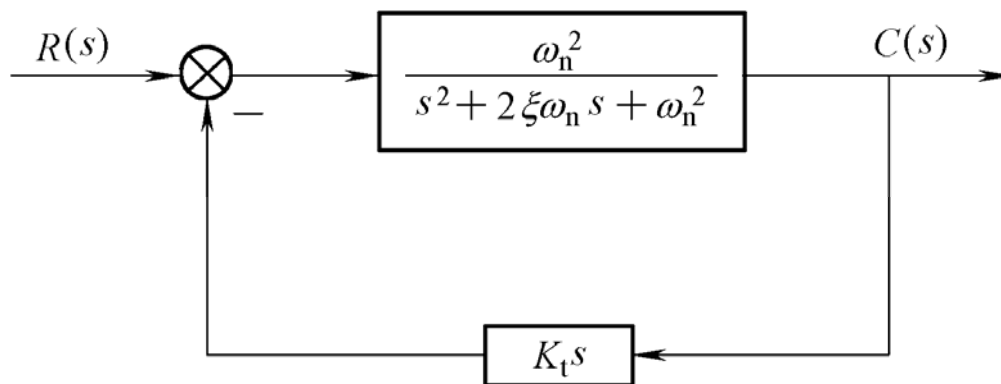
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{1 - KK_h}$$

当 KK_h 趋于1时，校正后系统的放大倍数将远大于原来的值。
这正是正反馈所独具的特点之一。

即：正反馈可以提高系统的放大倍数。

6.3 反馈（并联）校正

3. 微分负反馈



校正前
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

校正后
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + (2\xi\omega_n + K_t\omega_n^2)s + \omega_n^2}$$



6.3 反馈（并联）校正

校正后阻尼比为

$$\xi_t = \xi + \frac{1}{2} K_t \omega_n$$

说明：微分负反馈在动态中可以**增加阻尼比**，**改善系统的相对稳定性能**。微分负反馈是反馈校正中使用得最广泛的一种控制规律。

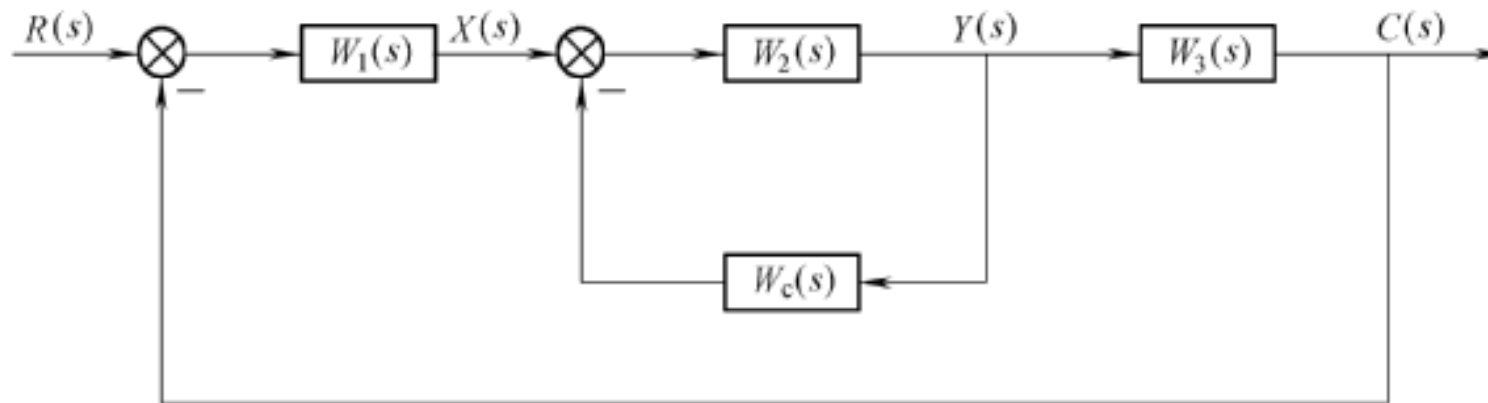


6.3 反馈（并联）校正

4. 负反馈

- 负反馈可以减弱参数变化对系统性能的影响；
- 可以消除系统不可变部分中的不希望有的特性。

6.3 反馈（并联）校正



负反馈的设计思想

当 $|W_1(j\omega)H(j\omega)| \ll 1$ 时， $W_K(j\omega) \approx W_1(j\omega)$

当 $|W_1(j\omega)H(j\omega)| \gg 1$ 时， $W_K(j\omega) \approx \frac{W_1(j\omega)}{W_1(j\omega)H(j\omega)} = \frac{1}{H(j\omega)}$



6.3 反馈（并联）校正

例**6-4** 对象传递函数 $W_1(s) = \frac{K_1}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$

式中 $K_1 = 100, T_1 = 0.25, T_2 = 0.0625$

采用反馈校正装置，其传递函数为

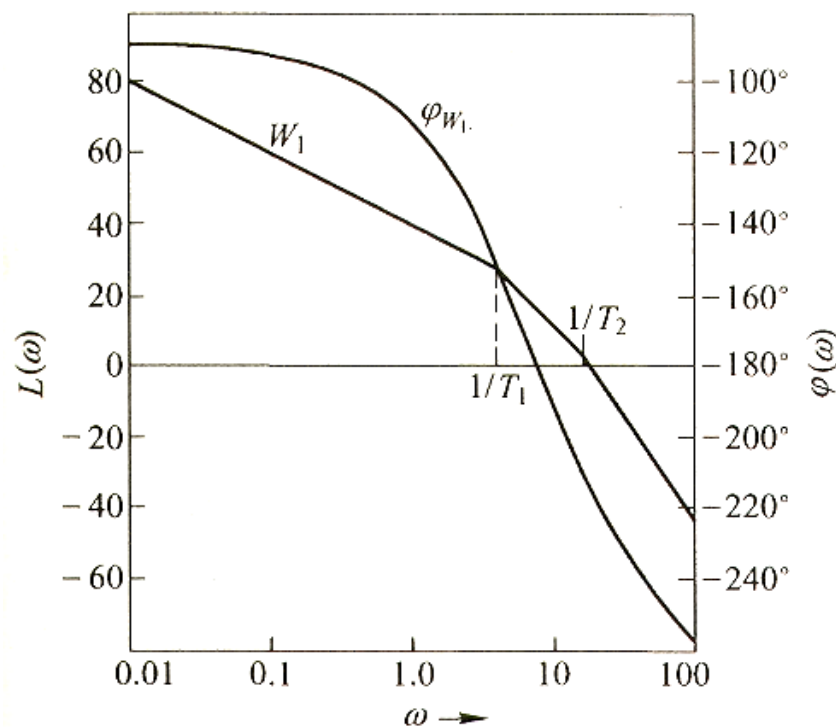
$$H(s) = \frac{K_H s^2}{(1+Ts)}$$

式中： $K_H = 0.25, T_1 = 1.25$

试分析反馈校正装置的作用，绘出校正后等效开环对数频率特性，并求出等效开环传递函数。

6.3 反馈（并联）校正

(a) $W_1(j\omega)$ 的Bode图



$$\omega_c \approx 19$$

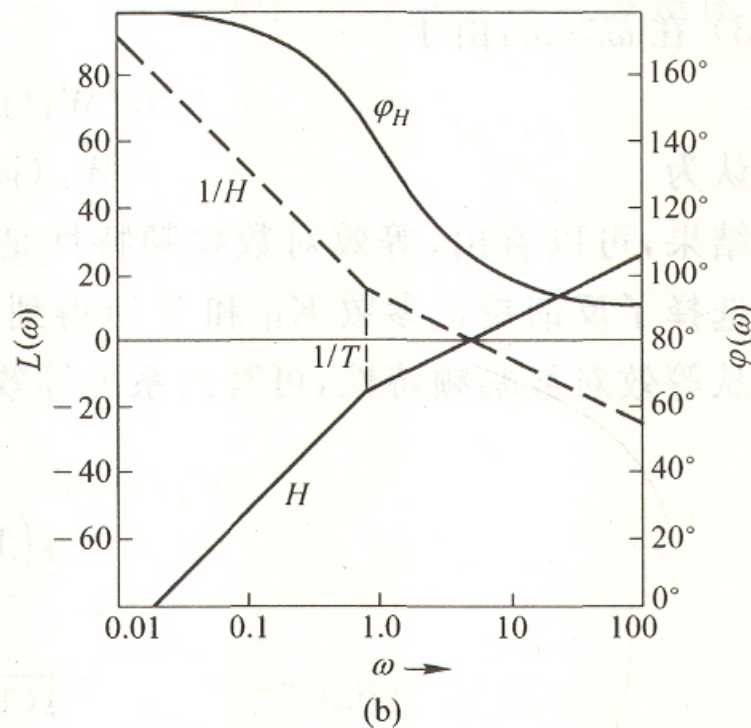
$$\gamma(\omega_c) = -38^\circ$$

$$W_1(s) = \frac{K_1}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}$$

$$K_1 = 100, T_1 = 0.25, T_2 = 0.0625$$

6.3 反馈（并联）校正

(b) $H(j\omega)$ 与 $\frac{1}{H(j\omega)}$ 的Bode图



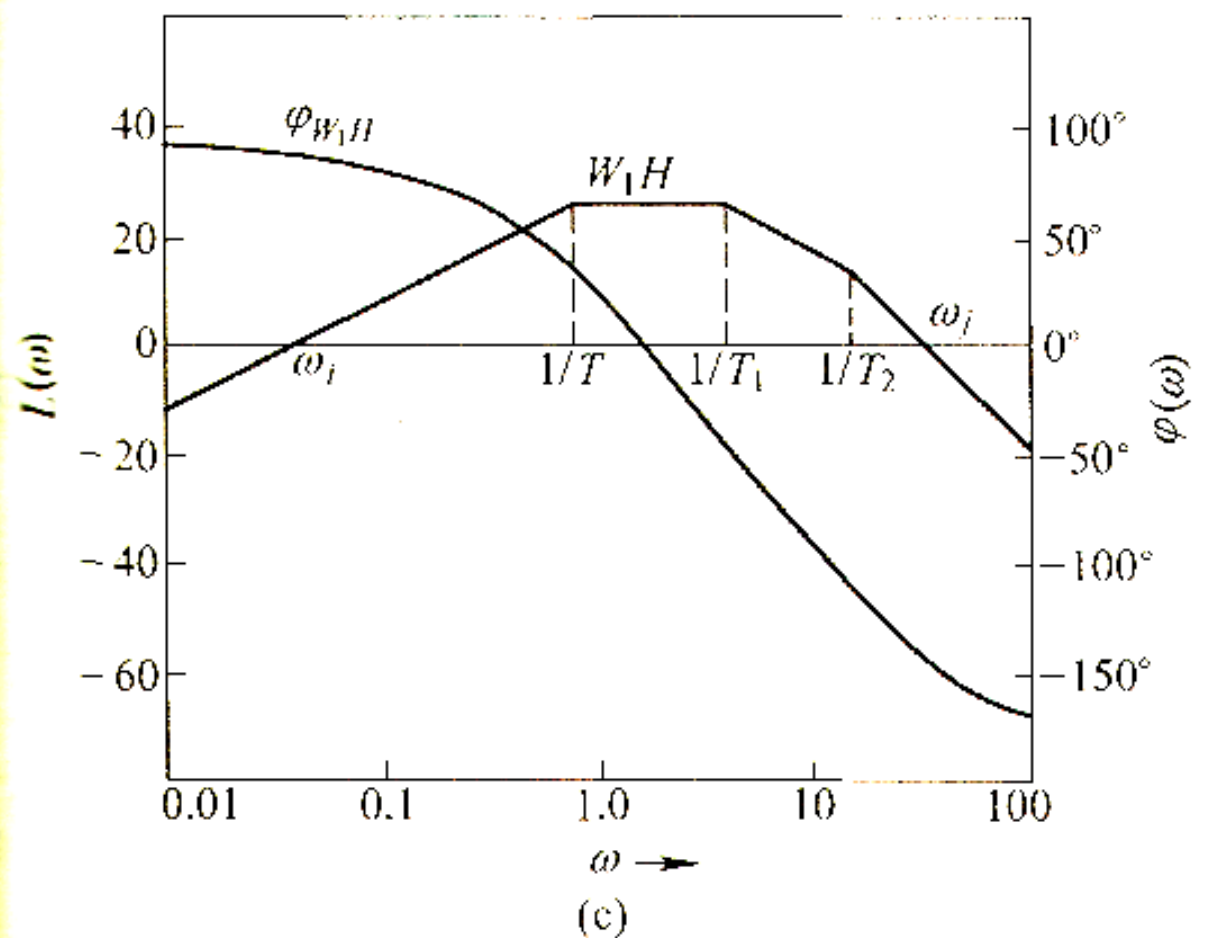
$$H(s) = \frac{K_H s^2}{(1 + Ts)}$$

$$K_H = 0.25, T_1 = 1.25$$

$H(j\omega)$ 的对数幅频特性与 $\frac{1}{H(j\omega)}$ 对称于零分贝线。

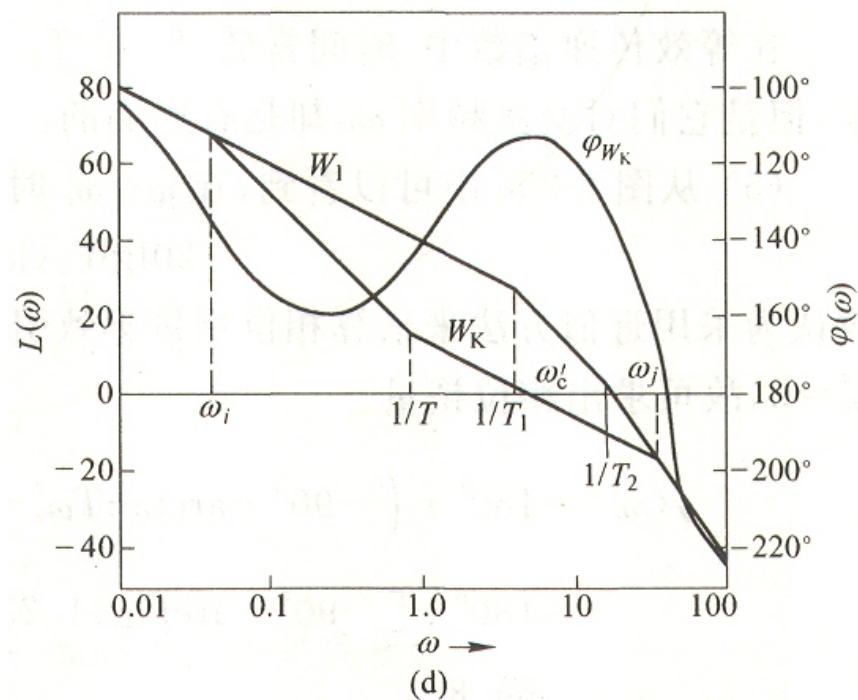
6.3 反馈（并联）校正

(c) $W_1(s)H(s)$ 的Bode图



6.3 反馈（并联）校正

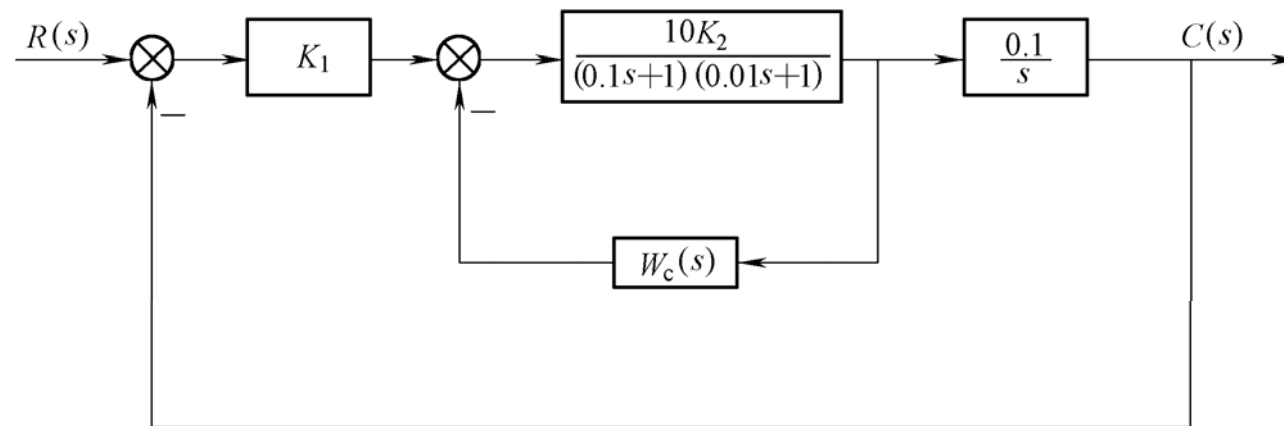
(d) 等效的对数频率特性



$$W_K(s) = \frac{100(1+Ts)}{s(1+\frac{1}{\omega_i}s)(1+\frac{1}{\omega_j}s)^2} = \frac{100(1+1.25s)}{s(1+25s)(1+0.027s)^2}$$

6.3 反馈（并联）校正

例6-5 设系统方块图如下图所示，





6.3 反馈（并联）校正

要求选择 ω_c' 使系统达到如下指标：

(1) 稳态位置误差等于零

(2) 稳态速度误差系数 $K_v = 200s^{-1}$

(3) 相位裕量 $\gamma(\omega_c) \geq 45^\circ$



6.3 反馈（并联）校正

解

(1) 根据系统稳态误差要求确定系统放大系数
选 $K_1 K_2 = 200$

系统开环传递函数为 $W_0(s) = \frac{200}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$

其中原系统的局部闭环部分传递函数为

$$W_2(s) = \frac{10K_2}{(0.1s+1)(0.2s+1)}$$

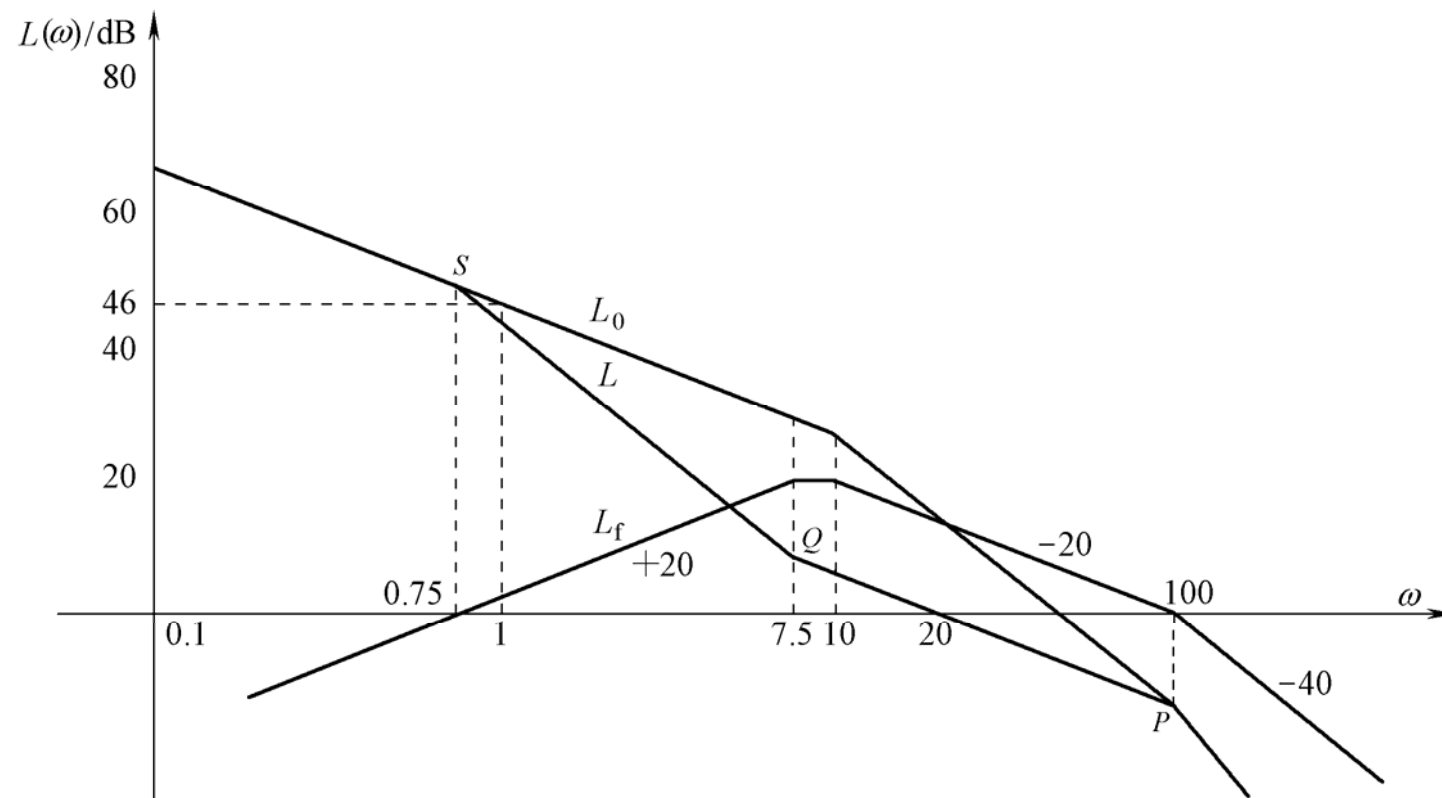


6.3 反馈（并联）校正

（2）期望特性的设计

绘制校正后系统开环对数幅频特性，确定等效开环传递函数 $W_K(s)$ 象串联校正一样，我们使高频增益衰减，降低穿越频率使中频段以 $-20\text{dB} / \text{dec}$ 过零分贝线。这样，校正后幅频特性将如下图中所示，其特性曲线绘制如下。

6.3 反馈（并联）校正





6.3 反馈（并联）校正

我们可以近似认为特性曲线 W_K 是-2/-1/-3型特性。因此，

$$\text{取 } \omega_c = \sqrt{\frac{1}{2}\omega_1\omega_2}, \quad \omega_2 = n\omega_1$$

$$\text{或 } \omega_c = \sqrt{\frac{n}{2}}\omega_1, \quad \omega_2 = \sqrt{2n}\omega_c$$

$$\text{则 } \gamma(\omega_c) = \pi + \left(-\pi + \arctan \frac{\omega_c}{\omega_1} - 2 \arctan \frac{\omega_c}{\omega_2} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{即 } \arctan \frac{\omega_c}{\omega_1} - 2 \arctan \frac{\omega_c}{\omega_2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{取 } n \approx 13$$



6.3 反馈（并联）校正

利用上面几个式子解得

$$\frac{\omega_2}{\omega_c} = \sqrt{26} \approx 5.1, \frac{\omega_c}{\omega_1} = \sqrt{6.5} \approx 2.55$$

因校正后特性的中频段应为-1特性，设它与校正前开环对数幅频特性相交于 P 点。则只要确定出 P 点的位置，就可以绘制出校正后的等效开环对数幅频特性。

根据相位裕量 $\gamma(\omega_c) \geq 45^\circ$ 的要求，由 $\frac{\omega_2}{\omega_c} \approx 5.1$ 可写出

$$20\log \omega_c - 20\log \omega_2 = -20\log 5.1 = -14.15\text{dB}$$

于是，做-14.15dB线与校正前特性曲线 W 相交，其交点即为 P 点。相交的频率即为 ω_2 。



6.3 反馈（并联）校正

计算 ω_2

从图中可以看出， P 点可能位于校正前特性的-2特性或-3特性的线段上。如设 P 点是在-2特性线段上，则可写出

$$40 \log \omega'_c - 40 \log \omega_2 = -14.15 \text{dB}$$

其中， ω'_c 为校正前特性 W 的穿越频率。 ω'_c 可接近似法求得，令

$$A(\omega'_c) = \frac{200}{\omega'_c \sqrt{1 + \left(\frac{\omega'_c}{10}\right)^2} \times \sqrt{1 + \left(\frac{\omega'_c}{100}\right)^2}} \approx \frac{200}{\omega'_c \frac{\omega'_c}{10} \times 1} = 1$$

所以

$$\omega'_c = 44.72$$



6.3 反馈（并联）校正

将 ω'_c 代入上式，解得 $\omega'_2 = 100.63$

可见 P 点是在 -3 特性线段上。

为使校正装置简单，取 $\omega_2 = 100$ ，则

$$\omega_1 = \frac{\omega_2}{n} = \frac{100}{13} = 7.69$$

由 $20\log \omega_c - 20\log \omega_2 = 40\log \omega'_c - 40\log \omega_2$

解得 $\omega_c = 19.6$

根据上面的计算结果，于是可由 P 点做 $-20\text{dB} / \text{dec}$ 斜率的中频段渐近线，直到 $\omega = \omega_1$ 的 Q 点，然后由 Q 点再做斜率为 $-40\text{dB} / \text{十倍频}$ 的线交校正前开环对数幅频特性 W 于 S 点（频率为 $\omega_3 = 0.754$ ），就可以得到等效的开环传递函数 $W_K(s)$ 。



6.3 反馈（并联）校正

(3) 校验

求局部小闭环传递函数 $W_2(s)W_c(s)$ 。

根据等效的开环传递函数 $W_K(s)$ 可知, $W_2(s)W_c(s)$ 必须以 20dB / dec 线通过 $\omega_3 = 0.754$ 。

在 $\omega > \omega_3$ 范围内,

$$20\log|W_2(j\omega)W_c(j\omega)| = 20\log|W(j\omega)| - 20\log|W_K(j\omega)|$$

在 $\omega = \omega_2$ 时, 应以斜率为 -40dB / 十倍频的线穿越零分贝线。由此得到

$$W_2(s)W_c(s) = \frac{1.3s}{\left(1 + \frac{s}{7.69}\right)\left(1 + \frac{s}{10}\right)\left(1 + \frac{s}{100}\right)}$$



6.3 反馈（并联）校正

在穿越频率 ω_c 时，特性幅值为

$$20\log|W_2(j\omega)W_c(j\omega)|_{\omega=\omega_c} = 14\text{dB}$$

在 $\omega_2 = 100$ 时，小闭环开环频率特性相位移为

$$\varphi_{W_2W_c}(\omega_2) = 90^\circ - \arctan \frac{100}{7.59} - \arctan \frac{100}{10} - \arctan 1 = -125^\circ$$

所以小闭环相位裕量为 55° ，小闭环是稳定的。



6.3 反馈（并联）校正

（4）校正装置的求取

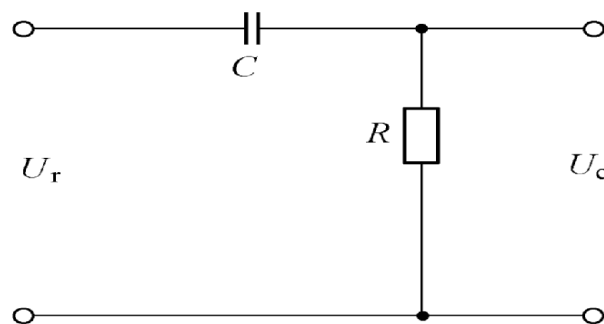
由
$$W_2(s)W_c(s) = \frac{10K_2W_c(s)}{\left(1+\frac{s}{10}\right)\left(1+\frac{s}{100}\right)} = \frac{1.3s}{\left(1+\frac{s}{7.69}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)\left(1+\frac{s}{100}\right)}$$

得

$$W_c(s) = \frac{1.3s}{10K_2\left(1+\frac{s}{7.69}\right)}$$

6.3 反馈（并联）校正

如果选取下图所示的 RC 网络来实现 $W_c(s)$,



$$\text{由于 } W_c(s) = \frac{U_c}{U_r} = \frac{RCs}{RCs + 1}$$

$$\text{所以令 } RC = \frac{1}{7.69}, \text{ 得 } \frac{1.3}{10K_2} = \frac{1}{7.69}, K_2 \approx 1$$

从而得到 $K_1 = 200$ 。



6.3 反馈（并联）校正

考虑到小闭环的稳定性，一般被反馈校正所包围部分的阶次最好不超过二阶，以免小闭环产生不稳定。



6.4 前馈校正

目的：提高稳态精度

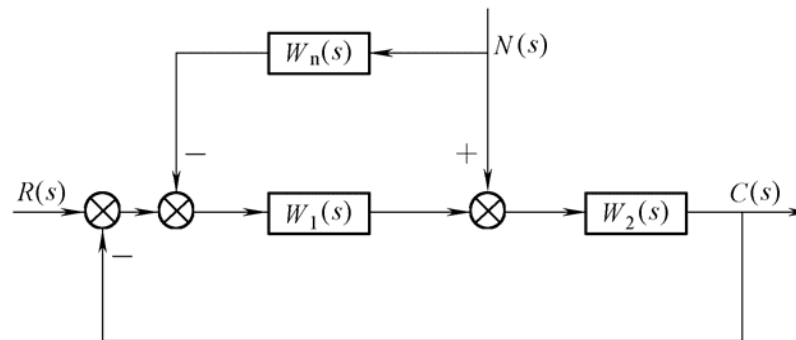
- 手段：采用复合控制。

前馈控制+反馈控制

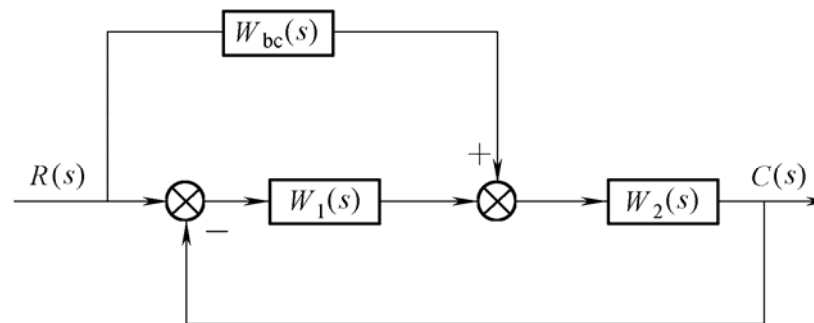
6.4 前馈校正

复合控制分成两类：

■ 按扰动补偿



■ 按输入补偿





6.4 前馈校正

例6-6 设控制对象的传递函数为

$$W_2(s) = \frac{5}{s \left(1 + \frac{s}{10} \right)}$$

设计校正装置，要求满足下列指标：

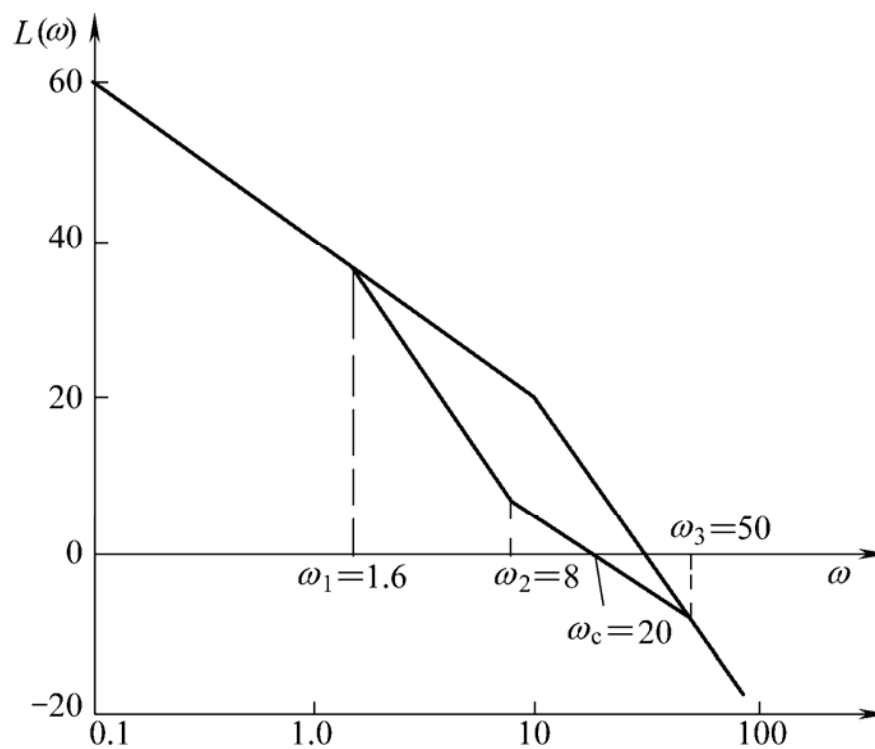


6.4 前馈校正

- (1) $K_v = 100$
- (2) 当 $\omega < \omega_c$ 时，系统开环对数频率特性不应有斜率超过—**40dB** / 十低频的线段
- (3) 在 $\omega \leq 5$ 的频率范围内，稳态误差小于**2%**
- (4) $\gamma(\omega_c) \geq 45^\circ$
- (5) 如需要前馈校正时，要接在控制对象的输入端。

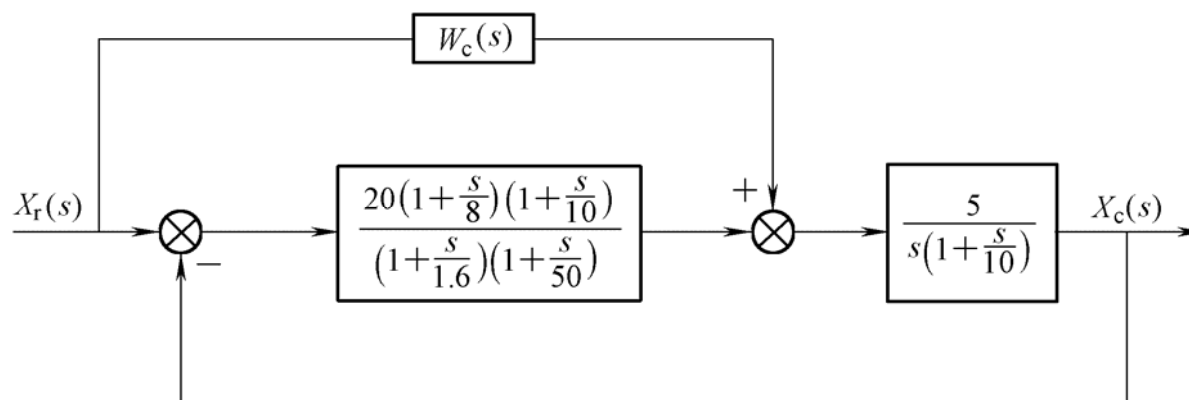
6.4 前馈校正

解：串联校正后系统Bode图如下图所示。



6.4 前馈校正

再加前馈校正后的系统结构图如下：





6.4 前馈校正

前馈校正环节的传递函数为：

$$W_c(s) = \frac{s \left(1 + \frac{s}{10} \right)}{5 \left(1 + \frac{s}{100} \right)^2}$$



6.4 前馈校正

经校验, $\omega = 5$ 时

由 $E(s) = X_r(s) \left[\frac{1 - W_2(s)W_c(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)} \right]$ 可得

$$|1 + W_1(j\omega)W_2(j\omega)|_{\omega=5} = 7$$

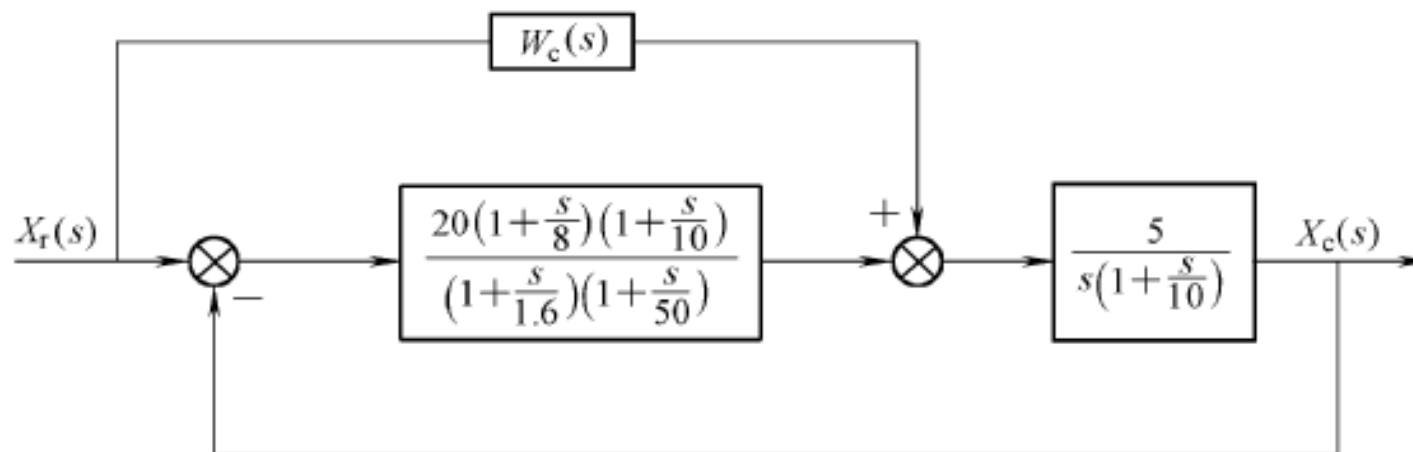
$$|1 - W_2(j\omega)W_c(j\omega)|_{\omega=5} = 0.1$$

$$E(j\omega) = X_r(j\omega) \frac{0.1}{7} \approx 0.014 X_r(j\omega)$$

故在 $\omega = 5$ 的稳态误差近似为**1.4%**, 满足指标要求。

6.4 前馈校正

加校正环节后系统的结构图





小 结

- 1.控制系统的校正是古典控制论中最接近生产实际的内容之一。需校正的控制系统往往来源于各个领域，故校正问题是关系到能否解决实际问题的关键。掌握好必要的理论方法，积累更多的经验，将有助于知识在生产实践中的转化。
- 2.串联校正是应用最为广泛的校正方法，它利用在闭环系统的前向通道上加入合适的校正装置，并按频域指标改善波德图的形状，达到并满足控制系统对性能指标的要求。



小 结

3. 并联校正是另外一种常用的校正方法，它除了可获得与串联校正相似的效果外，还可改变被其包围的被控对象的特性，特别是在一定程度上抵消了参数波动对系统的影响。但一般它要比串联校正略显复杂。
4. 前馈校正是一种利用扰动或输入进行补偿的办法来提高系统的性能。尤其重要的是将其与反馈控制结合，组成复合控制，将进一步改善系统的性能。



小 结

总之，控制系统的校正及综合是具有一定创造性的工作，对控制方法和校正装置的选择，不应局限于课本中的知识，要在实践中不断积累和创新。



END