nc　　133

肃农业大学 2012 年招收攻读硕士学位研究生考试试题

考试科目：高等数学（含线性代数）

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效。

试　题　内　容

所有答案（包括选择题、填空题等）都应写在答题纸上，否则不得分

择题（每小题 4 分，共 24 分）：

若函数 $f(x)$ 可导，且 $f(0)=f'(0)=\sqrt{a}\ (a>0)$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f^2(h)-a}{h}=$

D).

(A) 0;　　(B) 1;　　(C) $2\sqrt{a}$;　　(D) $2a$.

设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x}} & x>0\\ x^2g(x) & x\le 0\end{cases}$ 其中 $g(x)$ 是有界函数，则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处

D).

(A) 极限不存在;　　(B) 极限存在，但不连续;

(C) 连续，但不可导;　　(D) 可导.

. 设 α 是实数，$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^\alpha}\cos\dfrac{1}{x-1} & x>1\\ 0 & x\le 1\end{cases}$，且 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导，则

的取值为（ A ）.

(A) $\alpha<-1$;　　(B) $-1\le\alpha<0$;　　(C) $0\le\alpha<1$;　　(D) $\alpha\ge 1$.

. 设 $f(x)$ 二阶可导，且 $f'(x)>0, f''(x)>0$． $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$，则当

$x>0$ 时有（ C ）.

(A) $\Delta y>dy>0$;　　(B) $\Delta y<dy<0$;

(C) $dy>\Delta y>0$;　　(D) $dy<\Delta y<0$;

题号	试 题 内 容

5. 设 A 为 3×1 的列矩阵，且满足 $AA^T=\begin{pmatrix}1 & -3 & -2\\ -3 & 9 & 6\\ -2 & 6 & 4\end{pmatrix}$，则 $A^TA=$（ B ）.

(A) 16;　　(B) 14;　　(C) 10;　　(D) -8.

6. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}\,|x|}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ 有（ D ）.

(A) 1 条垂直渐近线，1 条水平渐近线;
(B) 1 条垂直渐近线，2 条水平渐近线;
(C) 2 条垂直渐近线，1 条水平渐近线;
(D) 2 条垂直渐近线，2 条水平渐近线.

二 填空题（每小题 4 分，共 24 分）:

1. 已知 $f(x)=\begin{cases}(\cos x)^{x^{-2}} & x\neq0\\ a & x=0\end{cases}$，在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ $\lim\limits_{x\to0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$。

2. 方程 $\dfrac{1}{(x-1)^3}+\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x-3}=0$，其根的个数为 2 个。

3. 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t-\ln(1+t)\\ y=t^3+t^2\end{cases}$ 确定，则

$\dfrac{d^2y}{dx^2}=$ $6t^2+11t+5$。

4. 交换二次积分的积分次序:

$\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{2-x} f(x,y)dy=$ $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{2x-x^2}}^{x-2} f(x,y)\,dx$。

5. 设 A,B 均为三阶矩阵，且 $|A|=2,|B|=3$，则 $|-2A^*B^{-1}|=$ $-\frac{32}{3}$。

6. 设 $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}+\sqrt{1+x^2}\int_0^1 f(x)dx$，则 $\int_0^1 f(x)dx$ ________。

15

试 题 内 容

（本题 8 分）

设 $z=\int_a^{x^2y} f(t,\mathrm{e}^t)\mathrm{d}t$，其中 f 具有一阶连续偏导数，a 为常数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

（本题 9 分）

设 D 是以点 $O(0,0)$，$A(1,2)$，$B(2,1)$ 为顶点的三角形区域，求 $\iint\limits_D x\mathrm{d}\sigma$。

（本题 8 分）

已知向量组 $\beta_1=(0,1,-1)^T,\beta_2=(a,2,1)^T$，$\beta_3=(b,1,0)^T$ 与向量组 $\alpha_1=(1,2,-3)^T$，$\alpha_2=(3,0,1)^T$，$\alpha_3=(9,6,-7)^T$ 具有相同的秩，且 β_3 可由 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性表示，求 a,b 的值。

（本题 9 分）

设 $0<x_1<x_2<\pi$，证明：$\frac{\sin x_1}{\sin x_2}>\frac{x_1}{x_2}$.

（本题 8 分）

设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[c,d]$ 上连续，在开区间 (c,d) 内可导，且 $f'(x)\le 0$.
求证：函数 $F(x)=\frac{1}{x-c}\int_c^x f(t)\mathrm{d}t$ 在 (c,d) 内有 $F'(x)\le 0$.

（本题 12 分）

若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上连续，证明 $\int_0^\pi xf(\sin x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\int_0^\pi f(\sin x)\mathrm{d}x$，并由此计算 $\int_0^\pi\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

题号	试　题　内　容
九	（本题 8 分） 求不定积分 $\int\frac{1}{1+\sin x}\mathrm{d}x$。
十	（本题 10 分） 设 $\alpha=(1,2,1)^T$，$\beta=(1,\frac{1}{2},0)^T$，$\gamma=(0,0,8)^T$，$A=\alpha\beta^T$，$B=\beta^T\alpha$，其中 β^T 是 β 的转置，求解方程组 $2B^2A^2x=A^4x+B^4x+\gamma$。
十一	（本题 10 分） 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1&1\\x&4&y\\-3&-3&5\end{pmatrix}$，已知 A 有三个线性无关的特征向量，$\lambda=2$ 是 A 的二重特征值，试求可逆阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为对角形矩阵。
十二	（本题 10 分） 1. 在曲线 $y=x^2(0\le x\le 1)$ 上取一点 $(t,t^2)(0<t<1)$．设 A_1 是曲线 $y=x^2(0\le x\le 1)$，直线 $y=t^2$ 和 $x=0$ 围成的面积；A_2 是曲线 $y=x^2(0\le x\le 1)$，直线 $y=t^2$ 和 $x=1$ 围成的面积，求 t 的值使 $A=A_1+A_2$ 取最小值.
十三	（本题 10 分） 求微分方程 $yy''+1=y'^2$ 的通解.