

中国科学院大学招收攻读硕士学位研究生考试试题  
物理系物理专业凝聚态物理 考试科目: 量子力学

注意: 答案请一律写在答题纸上, 写在试题上无效。

共五题, 每题 20 分。

1. 判断某个物理量是否守恒量的根据是什么?

2. 有一个在势场中运动的无自旋粒子, 其能量算符是

$$H = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + k(x^2 + y^2)$$

3. 请写出 (不必仔细计算) 5-6 种最重要的守恒量。

4. 分子的转动哈密顿算符为

$$H = \frac{1}{2I_0} (l_x^2 + l_y^2 + l_z^2)$$

其中  $l_x, l_y, l_z$  是轨道角动量算符。试求该分子的转动

能谱, 并具体写出前 8 个能级及其简并度。

3. 某物理体系只有两个能级:  $E_1^{(0)} = 5$ ,  $E_2^{(0)} = 9$ 。后来该体系受到外来微扰 ( $H'$ ) 作用, 已知  $H'$  的矩阵元为

$$H'_{11} = H'_{22} = 0, \quad H'_{12} = H'_{21} = 1$$

(a) 按微扰论公式直接写出该体系的新能谱 (二阶近似)

(b) 精确求出新能谱。 (精确:  $E = 2.236$ )



## 兰州大学2001年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效。

4. 质量为  $\mu$  的粒子在势场  $V(x)$  中作一维运动，设能本征态  $(\psi_n)$  均为束缚态，各  $\psi_n$  均已归一化。令

$$x_{mn} = \langle \psi_m | x | \psi_n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_m^*(x) x \psi_n(x) dx$$

试证明  $\sum_n (E_n - E_m) |x_{mn}|^2 = \hbar^2 / 2\mu$

对于谐振子 ( $V = \frac{1}{2} \mu \omega^2 x^2$ )，利用此式求各  $x_{mn}$  之值。  
(谐振子的下列结果作为已知： $E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega$ ， $\psi_n(x)$  是实数， $x_{mn} \geq 0$ ，仅当  $m = n \pm 1$  时  $x_{mn} \neq 0$ )

5. 一个定域电子(不考虑轨道运动)受磁场( $\vec{B}$ ，与  $x$  轴同向)作用，其自旋自由度的哈密顿算符( $S_z$ 表象)为

$$H = 2\omega S_x = \hbar\omega \sigma_x = \hbar\omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

已知  $t=0$  时该电子的自旋波函数( $S_z$ 表象)为  $\psi(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

求  $t>0$  时波函数  $\psi(t)$  以及平均值  $\overline{S_x}(t)$ ， $\overline{S_y}(t)$ ， $\overline{S_z}(t)$   
( $S_z$ 表象中自旋算符为  $\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$ ， $\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $\sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ )