download.kaoyan.com

兰州大学2003年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效

招生专业：生、地、化类各专业　　　　考试科目：高等数学（二类）

一、填空（每小题5分，共25分）

(1) $\int_0^{+\infty} t^{2003} e^{-t} dt = (\qquad)$.

(2) 设区域D由直线$y=1$, $x=-1$, $y=x$所围成，则 $\iint\limits_D \sin^7(x^3y^5)dxdy=(\qquad)$.

(3) 求极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}} \frac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=(\qquad)$.

(4) 微分方程 $y''+y+\sin2x=0$, $y|_{x=\pi}=1$, $y'|_{x=\pi}=1$ 的解为$(\qquad)$.

(5) 设A、C均为可逆矩阵，且有 $X=\begin{bmatrix}0 & A\\ C & 0\end{bmatrix}$，则逆矩阵 $X^{-1}=(\qquad)$.

二、选择题（每小题4分，共20分）

(1) 已知$f(x)$连续，且 $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=2$，设 $F(x)=\begin{cases}\int_0^1 f(tx)dt, & x>0\\ 0, & x=0\\ \frac{1}{x}\int_0^x \ln(1+2t)dt, & x<0\end{cases}$

则$F(x)$在$x=0$点是$(\qquad)$.

A) 不连续；B) 连续但不可导；C) 可导.

(2) 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt[n]{2}-1)$ 是$(\qquad)$.

A) 条件收敛；B) 绝对收敛；C) 发散.

(3) 已知数a和b使下式成立：$e^x=\frac{1+ax}{1+bx}+o(x^2)$，($x\to0$时) 则有$(\qquad)$

A) $a=b=\frac{1}{2}$；B) $a=b=-\frac{1}{2}$；C) $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$；D) 其它.

(4) 设$f(u)$为可微函数，且$f(0)=0$，则 $\lim\limits_{t\to0}\frac{1}{t^3}\iint\limits_{x^2+y^2\le t^2} f(\sqrt{x^2+y^2})dxdy=(\qquad)$

A) 0；B) ∞；C) $\frac{2}{3}\pi f'(0)$；D) 其它值

(5) 下列集合M在指定运算下可以构成线性空间的是$(\qquad)$.

A). M是数域P上次数等于10的多项式的全体，对多项式的加法和数乘.

B). M是三维空间中不平行于某一非零向量的向量之全体，对于向量的加法和数乘.

C). M是至少含有两个元素的有限集合，适当定义其加法和数乘.

三、求解下列各题（其中(1)、(2)、(3)各7分，(4)、(5)、(6)各8分，共45分）

(1) 已知$f(x)$有一阶连续导数，且$f(1)=0$, $f'(1)=2$，求极限

$$\lim_{x\to0}\frac{f(\sin^2x+\cos x)}{e^{x^2}-1}$$

download.kaoyan.com

(2) 已知 $u^3-3(x+y)u^2+z^3=0$，$u=u(x,y,z)$，求 du。

(3) 求微分方程 $(x+y\cos\frac{y}{x})dx-x\cos\frac{y}{x}dy=0$ 的通解。

(4) 求函数项级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{n!}x^{2n}$ 的和函数，并求 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{2^n n!}$ 的和。

(5) 设4元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为3，已知 β_1、β_2、β_3 是它的3个解向量，其中 $\beta_1=(1,1,-1,0)^T$，$\beta_2+\beta_3=(2,0,1,1)^T$，求该方程组的通解。

(6) 计算二重积分 $\iint\limits_D(4-x-y)dxdy$，其中D是圆域 $x^2+y^2\le 2y$。

四(12分)、在曲线 $y=\frac{1}{3}x^3\ (x>0)$ 上求一点P，使曲线在P处的法线在y轴上的截距为最小。

五(12分)、设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上存在2阶连续导数，$|f''(x)|\le M$，且 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上取得最大值，证明 $|f'(0)|+|f'(1)|\le M$。

六(12分)、已知 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有定义，且 $f'(0)=2$，又对任意的 $x,y\in(-\infty,+\infty)$ 恒有 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$，求

(1) 函数 $f(x)$；

(2) 曲线 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上绕x轴旋转一周的体积。

七(12分)、计算积分 $\iint\limits_S(x^2\cos\alpha+y^2\cos\beta+z^2\cos\gamma)dS$，其中曲面S为锥面 $x^2+y^2=z^2$，$0\le z\le h$ 的一部分，$\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 为此曲面外法线的方向余弦。

八(12分)、设A、B都是正交矩阵，试证AB正交的充要条件是 $AB=BA$。