# 兰州大学2003年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效

招生专业：物理类各专业　　　　考试科目：高等数学(一类)

一、填空（每小题5分，共25分）

(1) $\int_0^{+\infty} t^{2003} e^{-t} dt = (\quad)$.

(2) 设区域D由直线 $y=1$，$x=-1$，$y=x$ 所围成，则 $\iint_D \sin^2(x^3y^5)dxdy = (\quad)$.

(3) 微分方程 $y''+y+\sin 2x=0$，$y|_{x=\pi}=1$，$y'|_{x=\pi}=1$ 的解为（　）.

(4) 设X、Y相互独立，同且有 $N(0,\frac{1}{2})$ 分布，则有 $D|X-Y|=(\quad)$.

(5) 设A、C均为可逆矩阵，且 $X=\begin{bmatrix}0 & A\\ C & 0\end{bmatrix}$，则逆矩阵 $X^{-1}=(\quad)$.

二、单项选择题（每小题4分，共20分）

(1) 已知 $f(x)$ 连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=2$，设 $F(x)=\begin{cases}\int_0^1 f(tx)dt, & x>0\\ 0, & x=0\\ \frac{1}{x}\int_0^x \ln(1+2t)dt, & x<0\end{cases}$

则 $F(x)$ 在 $x=0$ 点是（　）.

A). 不连续；B) 连续但不可导；C). 可导.

(2) 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt[n]{2}-1)$ 是（　）.

A). 条件收敛；B). 绝对收敛；C) 发散.

(3) 已知常数a，b使下式成立：$e^x=\frac{1+ax}{1+bx}+o(x^2)$，$(x\to 0$时$)$，则有（　）

A). $a=b=\frac{1}{2}$；B). $a=b=-\frac{1}{2}$；C). $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$；D). 其它.

(4) 若 $0<P(A)$，$P(B)<1$，且 $P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$，则A与B是（　）.

A) 互相独立；B) 互斥；C). 不相容；D) 相等.

(5) 下列集合M在指定运算下可以构成线性空间的是（　）.

A). M是数域P上次数不低于10的多项式的全体，对多项式的加法和数乘.

B) M是三维空间中与已知非零矢量平行的矢量全体，对矢量的加法和数乘.

C). M是至少含有两个元素的有限集合，适当定义加法和数乘.

三、求解下列各题（其中(1)、(2)、(3)各7分，(4)、(5)、(6)各8分，共45分）

(1) 设 $f(x)$ 有一阶连续导数，且 $f(1)=0$，$f'(1)=2$，求极限

# 兰州大学2003年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效。

招生专业：　　　　　　　　　　　　　　　　考试科目：

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(\sin^2 x+\cos x)}{e^{x^2}-1}$.

(2) 求微分方程 $(y-2x^3y^2)dx+(x+2x^2y^3)dy=0$ 的通解.

(3) 已知 $u^3-3(x+y)u^2+z^3=0$，$u=u(x,y,z)$，求 $du$.

(4) 求级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{2n+1}{n!}x^{2n}$ 的和函数，并求 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{2n+1}{2^n n!}$ 的和.

(5) 设 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 是总体 $X$ 的简单随机样本，$Y=\ln X$ 具有正态分布 $N(\mu,1)$，求(a)、$X$ 的均值 $EX$；(b)、$\mu$ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间；(c)、$EX$ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间.

(6) 设4元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为3，已知 $\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 是它的三个解向量，其中 $\beta_1=(1,1,-1,0)^T$，$\beta_2+\beta_3=(2,0,1,1)^T$，求方程组的通解.

四(12分). 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上存在2阶连续导数，$|f''(x)|\le M$，且 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上取得最大值，证明：$|f'(0)|+|f'(1)|\le M$.

五(12分). 已知曲线积分 $\oint_{L^+}\dfrac{x\,dy-y\,dx}{\phi(x)+y^2}\equiv a$（常数），其中 $\phi(x)$ 可导且 $\phi(1)=1$，$L^+$ 是沿逆时针方向绕原点一周的任意分段光滑闭曲线，求函数 $\phi(x)$ 和 $a$ 的值.

六(12分). 计算积分 $\iint\limits_S (x^2\cos\alpha+y^2\cos\beta+z^2\cos\gamma)dS$，其中 $S$ 为锥面 $x^2+y^2=z^2$ $(0\le z\le h)$ 的一部分，$\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 为此曲面外法线的方向余弦.

七(12分). 在曲线 $y=\frac{1}{3}x^3$ $(x>0)$ 上求一点P，使曲线在P处的法线在y轴上的截距为最小？

八(12分). 设A、B都是正定矩阵，试证AB正定的充要条件是 $AB=BA$.