

兰州大学 2003 年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效。

招生专业：

考试科目：量子力学

共六题，任选五题，每题 30 分。

1. 氢原子问题中 $\psi_{nlm m_s}$ 是哪些力学量的本征函数，写出相应的本征值公式，各量子数的可能取值，以及 $\psi_{nlm m_s}$ 的具体函数形式。
2. 设 \hat{F}, \hat{G} 为厄密算符 ($\hat{F}^\dagger = \hat{F}, \hat{G}^\dagger = \hat{G}$)，但不交换，令 $\hat{K} = i(\hat{F}\hat{G} - \hat{G}\hat{F})$ ，
证明：(a) \hat{K} 的本征值必为实数。
(b) 在 \hat{F} 的本征态下 \hat{K} 的平均值等于零。
(c) 在任何状态下 $\overline{F^2} + \overline{G^2} \geq |\overline{K}|$
3. 电子自旋算符表示成 $\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$ ，在 S_z 表象中已知 σ_x, σ_z 的矩阵表示是 $\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $\sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
(a) 求 σ_y 的矩阵表示，再求 σ_y 的本征函数、本征值。
(b) 如电子的自旋波函数为
$$\chi(S_z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

求 S_y 的可能取值及相应概率。

兰州大学 2003 年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效。

招生专业：

考试科目：量子力学

4. (i) 粒子(质量 m) 在一维无限深势阱 ($0 < x < a$) 中运动, 求能级(记为 E_n) 和能量本征函数(记为 ψ_n).

(ii) 两个电子同时处于上述无限深势阱中, 忽略电子间相互作用. 写出这个二电子体系的基态和第一激发态波函数及能量值, 讨论能级的简并度. (轨道波函数可利用(i)项结果, 自旋波函数可直接写出.)

(iii) 如(ii)中两电子间有微弱相互作用 $H' = A \delta(x_1 - x_2)$, 求基态能级的一级修正.

5. 粒子(质量 m) 在外力作用下作一维运动, $-\infty < x < \infty$, 当其处于某束缚态 $\psi_1(x)$ 时, 已知动能平均值等于 E_1 , $\psi_1(x)$ 是实函数. 当粒子处于另一状态 $\psi_2(x) = \psi_1(x) e^{ikx}$ (k 为实数), 试计算动量平均值及动能平均值.

6. 对于轨道角动量 \vec{l}^2 , l_z 的共同本征态 $|lm\rangle$, 计算下列各量的平均值, l_x , l_y , l_x^2 , l_y^2 , l_n , l_n^2 其中 $l_n = \vec{n} \cdot \vec{l}$, \vec{n} 为 $x-z$ 平面内单位矢量, \vec{n} 与 z 轴夹角 θ .

