

## 兰州大学 2004 年招收攻读硕士学位研究生考试试题

注意：答案请一律写在答题纸上，写在试题上无效。

招生专业：

考试科目：量子力学

共五题，每题30分。

1. 扼要说明下列各项内容：

- (a) 守恒量及其判断原则。  
 (b) 不确定关系(测不准关系)及其物理意义。  
 (c) 氢原子问题中量子数  $n, l, m, n_r, m_s$  的取值及相互关系。

2. 氢原子中电子波函数给定为

$$\psi(r, \theta, \varphi, s_z) = [c_1 R_{32}(r) Y_{21}(\theta, \varphi) + c_2 R_{31}(r) Y_{10}(\theta, \varphi)] \chi_{\frac{1}{2}}(s_z)$$

- (a) 求轨道角动量  $\hat{L}^2, \hat{L}_z$  的可能测值及平均值。  
 (b) 写出电子总角动量  $\hat{J}^2$  的可能测值。  
 (c) 当  $c_1, c_2$  取什么值时，这状态相当于玻尔量子论中圆形轨道？

3. 一个刚性转子，只能绕  $z$  轴转动，其能量算符为

$$\hat{H} = \frac{\hat{L}_z^2}{2I} = -\frac{\hbar^2}{2I} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (\varphi \text{ 为转角})$$

- (a) 求能级和能量本征函数 ( $E_n, \psi_n$ )

3. (续) (b)  $t=0$  时已知波函数为

$$\psi(t=0) = \sqrt{\frac{4}{3\pi}} \cos^2 \varphi \quad (\text{已归一化})$$

求  $\psi(t)$  及能量平均值  $\bar{E}$

4. 某体系由 3 个无自旋全同粒子组成, 粒子间相互作用可以忽略。该体系在外场作用下运动, 已知单粒子能量本征态只有三种:  $\psi_\alpha, \psi_\beta, \psi_\gamma$ , 相应能量为

$$E_\alpha = E_0, \quad E_\beta = 2E_0, \quad E_\gamma = 3E_0.$$

求体系的能谱(全部能级)及各能级的简并度。

5. 某定域电子(不考虑“轨道”运动)受到磁场  $\vec{B}$  (沿  $x$  轴方向) 作用, 哈密顿量为

$$\hat{H}_0 = \omega \hat{S}_x \quad (S_x, S_y, S_z \text{ 为自旋角动量})$$

请写出  $\omega$  的表达式(用  $B, c, m_e \dots$  表示), 并求出全部能级(记为  $E_1^{(0)}, E_2^{(0)}, \dots$ )

后来该电子受微扰  $H'$  作用,  $\hat{H}' = \nu \hat{S}_y$  ( $\nu \ll \omega$ )

求微扰后能级 ( $E_1, E_2, \dots$ ), 准确到  $\nu^2$  项。