陕 西 师 范 大 学

2005年攻读硕士学位研究生入学考试专业课试题

专业名称：基础数学、计算数学、应用数学

考试科目名称：高等代数　　科目代码：433

注意事项：

1、 请将答案直接做到答题纸上，做在试题纸上无效。

2、 除答题纸上规定的位置外，不得在卷面上出现姓名、准考证号或其它标志，否则

3、 本试题共 2 页，满分 150 分，考试时间 180 分钟。

一、 计算行列式（15 分）

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 4 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & n+1 \end{vmatrix}$$

二、 证明 $p(x)$ 是不可约多项式的充要条件为对于任意的两个多项式 $f(x),g(x)$，由 $p(x$

一定可推出 $p(x)|f(x)$ 或 $p(x)|g(x)$。（15 分）

三、设 η_0 是线性方程组的一个解，η_1，η_2，$\cdots,\eta_t$ 是它的导出方程组的一个基础解系，

$$\gamma_1=\eta_0，\ \gamma_2=\eta_1+\eta_0，\ \cdots,\gamma_{t+1}=\eta_t+\eta_0.$$

证明：线性方程组的任意一个解 γ 都可表成

$$\gamma\ =\mu_1\gamma_1+\mu_2\gamma_2+\mu_{t+1}\gamma_{t+1}$$

其中 $\mu_1+\mu_2+\cdots+\mu_{t+1}=1$.

（15 分）

四、设 A、B 为 n 级方阵，证明

$$秩A+秩B-n\le 秩AB\le\min\{秩A，秩B\}$$

（15 分）

五、已知n级矩阵A是正定的，证明：A的伴随矩阵A^*也是正定矩阵。（15分）

0

六、 设$P^{n\times n}$为数域P上全体$n\times n$矩阵构成的线性空间，而V_1为P上全体n级对称方阵构

间，V_2为P上全体n级反对称方阵构成的子空间。证明：$P^{n\times n}=V_1\oplus V_2$。（15分）

6

七、设V为线性空间，$L(V)$表示V上的线性变换形成的集合．设$V=W\oplus N$，$\sigma\in$

$\forall a=x+y\in V,x\in W$，$y\in N,\sigma(a)=x,\ \tau\in L(V)$,则$\sigma\tau=\tau\sigma$当且仅当$W$和$N$在

变。（20分）

八 、已知矩阵

$$A=\begin{pmatrix}4 & -15 & -9\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -5 & -2\end{pmatrix}$$

求A^n。（20分）

九、 设A、B是两个n级实对称矩阵，且B是正定矩阵，证明存在一个n级实可逆矩阵P

$P'AP$ 与$P'BP$同时为对角形。（20分）