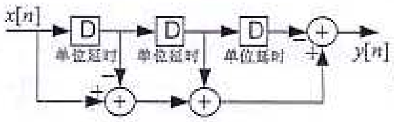
2007年长安大学信号与系统考研试题

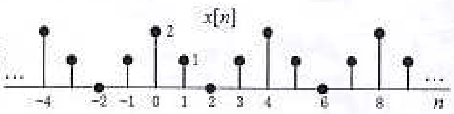
一、试求下列5个小题：（每小题15分，共75分）

1. 已知差分方程 $y[n]-0.5y[n-1]-0.5y[n-2]=x[n]-x[n-3]$ 和非零起始条件 $y[-1]=2$，$y[-2]=-2$ 表示的起始不松弛的离散时间因果系统，试用递推算法分别计算出在 $\delta[n]$ 输入时，系统的输出 $y[n]$ 中的零输入响应 $y_{zi}[n]$，$n\geq 0$，和零状态响应 $y_{zs}[n]$。（至少需分别递推计算出 $y_{zi}[n]$ 和 $y_{zs}[n]$ 的头4个序列值）。

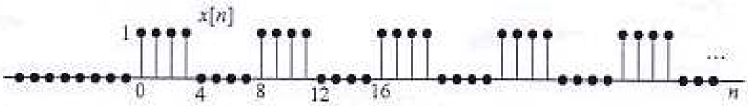
2. 已知连续时间 LTI 系统的单位冲激响应 $h(t)=\begin{cases}|\sin(\pi t/T)|, & |t|\leq T\\ 0, & |t|>T\end{cases}$，概画出它的波形，求出系统频率响应 $H(\omega)$，概画出它的幅频响应 $|H(\omega)|$ 和相频响应 $\varphi(\omega)$。

3. 某数字滤波器的方框图如下图左图所示，试求它的系统函数 $H(z)$ 及其收敛域，写出系统零、极点，并回答它是 IIR、还是 FIR 滤波器？进一步，求出它对下图右图所示的周期输入信号 $\tilde{x}[n]$ 的响应或输出 $y[n]$。





4. 试求下图所示序列 $x[n]$ 的 Z 变换 $X(z)$，并概画出 $X(z)$ 的零、极点分布和收敛域。



5. 可以适用一个 N 点 FFT 程序同时计算两个 N 点的不同实序列 $x_1[n]$ 和 $x_2[n]$ 的 DFT $X_1(k)$ 和 $X_2(k)$，试简述这一计算方法和计算框图，并推导相应的运算公式。

二、某个稳定的连续时间 LTI 系统的系统函数为 $H(s)=\dfrac{3s-0.5}{(s^2+0.5s-1.5)e^{2s}}$，（共20分）

1. 试确定其收敛域和零、极点分布，并求出该系统的单位冲激响应 $h(t)$；（10分）
2. 该系统因果（或能实现）吗？若不能实现，请设计一个与它的幅度频率特性完全相同的连续时间因果稳定滤波器，画出其用连续时间相加器、数乘器和积分器的并联实现结构的方框图或信号流图，并写出其微分方程表示。（10分）

三、试求下列两小题(共 20 分):

1. 某连续时间系统的输入输出信号变换关系为 $y(t)=\int_0^t x(t-\tau)\mathrm{d}\tau$，试确定该系统是否线性？是否时不变？是否因果？是否稳定？若是线性时不变系统，试求出它的单位冲激响应 $h(t)$，并概画出 $h(t)$ 的波形。(9 分)

2. 现已知该系统的输入为 $x(t)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x_0(t-2n)$，其中 $x_0(t)=\begin{cases}\sin\pi t, & 0\le t\le 1\\ 0, & t<0, t>1\end{cases}$，试用时域卷积的方法求出系统的输出 $y(t)$，并概画出 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的波形。(11 分)

四、两个连续时间实能量受限信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$，已知 $x_1(t)$ 的最高频率分量为 2000 Hz，$x_2(t)$ 的最高频率分量为 1000 Hz。对于如下 $y_i(t)$，$i=1,2,3,4$，试求：(共 35 分)

a) $y_1(t)=x_1(t)x_2(t)$　　b) $y_2(t)=x_1(t)+x_2(t)\cos(6000\pi t)$

c) $y_3(t)=R_{x_1x_2}(t)$，即 $y_3(t)$ 是 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的互相关函数

d) $y_4(t)=[x_1(t)*h_0(t)]\cos(8000\pi t)+x_2(t)\sin(8000\pi t)$，其中 $h(t)=\begin{cases}4000, & |t|<0.125\text{ms}\\ 0, & |t|>0.125\text{ms}\end{cases}$

1. 若 $y_i(t)$，$i=1,2,3,4$，分别用周期冲激串抽样，试确定为确保它们不产生混叠(即临界抽样)，各自的最大抽样间隔 $T_{i\max}$，$i=1,2,3,4$，是多少 ms。(18 分)

2. 若对 $y_i(t)$、$i=1,2,3$，分别用上述各自求得的 $T_{i\max}$ 进行周期冲激串抽样，得到各自的已抽样信号 $y_{1P}(t)$、$y_{2P}(t)$ 和 $y_{3P}(t)$。试问：你能从 $y_{iP}(t)$，$i=1,2,3$ 中，分别同时无失真地恢复出 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 吗？对于能无失真恢复的 $y_{iP}(t)$，试画出由它们分别恢复出 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的无失真变种的系统框图。(9 分)

3. 若对 $y_4(t)$ 用 1. 小题确定的 $T_{4\max}$ 进行周期冲激串抽样，得到的已抽样信号 $y_{4P}(t)$ 会出现什么情况?试从时域(即 $y_{4P}(t)$ 的波形或表达式)，或者从频域(即 $y_{4P}(t)$ 的频谱 $Y_{4P}(\omega)$)，说明其原因。为避免出现这样的问题(即为了在对 $y_4(t)$ 抽样的同时，必须在其已抽样信号中同时无失真地保存 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的信息)，请说明你可用什么方法来避免这一问题。(8 分)