北工业大学 2004 年硕士研究生入学考试

自动控制原理试题解答

一、 (1) $\Phi_e(s)=\dfrac{E(s)}{R(s)}=\dfrac{1+\dfrac{K_0K_ts}{s(s+1)}-\dfrac{K_0G_c(s)}{s(s+1)}}{1+\dfrac{K_0K_t}{s+1}+\dfrac{K_0(s+2)}{s^2(s+1)}}=$

$$\frac{s[s(s+1)+K_0K_ts-K_0G_c(s)]}{s^2(s+1)+K_0K_ts^2+K_0(s+2)}$$

$$D(s)=s^3+(1+K_0K_t)s^2+K_0s+2K_0=0$$

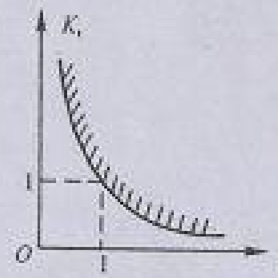

图 D.1.1

劳斯阵列

s^3	1	K_0	
s^2	$1+K_0K_t$	$2K_0$	$\rightarrow K_0K_t>-1$
s^1	$\dfrac{K_0[1+K_0K_t-2]}{1+K_0K_t}$	$\rightarrow K_0K_t>1, K_t>\dfrac{1}{K_0}$	
s^0	$2K_0$		$K_0>0$

(2)
$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sR(s)\Phi_e(s)=\lim_{s\to 0}s\frac{1}{s^2}\frac{s^2\left[s+1+K_0K_t-\dfrac{K_0}{s}G_c(s)\right]}{s^2(s+1)+K_0K_ts^2+K_0(s+2)}=$$

$$\frac{1+K_0K_t-\dfrac{K_0}{s}G_c(s)}{2K_0}=0$$

故
$$G_c(s)=\frac{(1+K_0K_t)s}{K_0}$$

如图 D.1.1 所示。

二、(1) 绘制根轨迹，如图 D.1.2 所示。

$$G(s)=\frac{5K_0(s-1)}{(s^2+4s+4)(s+5)}\quad \begin{cases}K=\dfrac{K_0}{4}\\ \nu=0\end{cases}$$

① 渐近线
$$\begin{cases}\sigma_a=\dfrac{-2-2-5-1}{3-1}=-5\\ \varphi_a=\dfrac{(2K+1)\pi}{3-1}=\pm 90^\circ\end{cases}$$

② 分离点
$$\frac{2}{d+2}+\frac{1}{d+5}=\frac{1}{d-1}$$

整理有
$$d^2+d-11=0$$

解得
$$\begin{cases}d_1=-3.854\\ d_2=+2.854\end{cases}$$

③ 与虚轴交点

$D(s)=(s^2+4s+4)(s+5)+5K_0(s-1)=s^3+9s^2+(24+5K_0)s+(20-5K_0)=0$

$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)]=-\omega^3+(24+5K_0)\omega=0\\ \mathrm{Re}[D(j\omega)]=-9\omega^2+(20-5K_0)=0\end{cases}$$

解出
$$\begin{cases}\omega=0\\ K_0=\dfrac{20}{5}=4\end{cases}$$

依根轨迹得
$$0<K_0<4,\quad 0<K=\frac{K_0}{4}<1$$

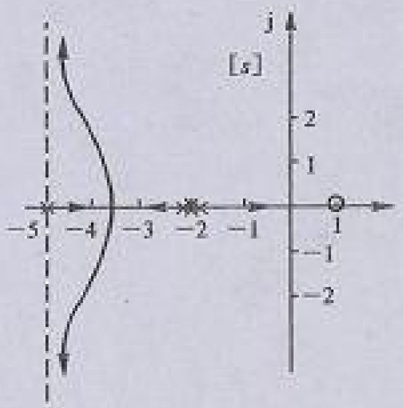

图 D.1.2

$$\frac{D(s)}{s+1}=s^2+8s+18,\quad \Phi(s)=\frac{0.4(s-1)(s+5)}{(s+1)(s^2+8s+18)}$$

三、(1) 依题意有
$$G(s)=\frac{K\left(\dfrac{s}{0.2}+1\right)}{s(s^2+2\xi s+1)\left(\dfrac{s}{20}+1\right)}$$

$$K=2,\quad 20\lg M_r=2.7\ \mathrm{dB}$$

$$M_r=10^{\frac{2.7}{20}}=1.364\,6=\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\xi^4-\xi^2+0.134\,2=0,\quad \xi^2=\frac{1\pm\sqrt{1-4\times 0.134^2}}{2}=0.16,\quad \xi=0.4$$

故
$$G(s)=\frac{2\left(\dfrac{s}{0.2}+1\right)}{s(s^2+0.8s+1)\left(\dfrac{s}{20}+1\right)}$$

(2) 依题意有
$$1<\omega_c<20$$

$$G(j\omega_c)=\frac{2\times\dfrac{\omega_c}{0.2}}{\omega_c\times\omega_c^2\times 1}=\frac{10}{\omega_c^2}=1$$

$$\omega_c=\sqrt{10}=3.16$$

$$\gamma=180^\circ+\arctan\frac{3.16}{0.2}-90^\circ-\arctan\frac{0.8\times 3.16}{1-3.16^2}-\arctan\frac{3.66}{20}=180^\circ+86.38^\circ-90^\circ-$$
$$(180^\circ-15.7^\circ)-8.98^\circ=3.1^\circ$$

四、
$$G_0(s)=\frac{K}{s\left(\dfrac{s}{10}+1\right)}\left(\frac{s}{100}+1\right)$$

当 $K=K_c=100$ 时，作 $L_0(\omega)$ 如图 D.1.3 所示。

$$\omega_{c0}=\omega_{g0}=\sqrt{10\times 100}=31.6$$

系统临界稳定，故 K 的稳定范围为

$$0<K<100$$

(2)
$$G(s)=G_c(s)G_0(s)=\frac{100\left(\dfrac{s}{20}+1\right)}{s\left(\dfrac{s}{10}+1\right)\left(\dfrac{s}{100}+1\right)\left(\dfrac{s}{200}+1\right)}$$

此时
$$\omega_c^*=\frac{\omega_{c0}^2}{20}=\frac{31.6^2}{20}=50$$

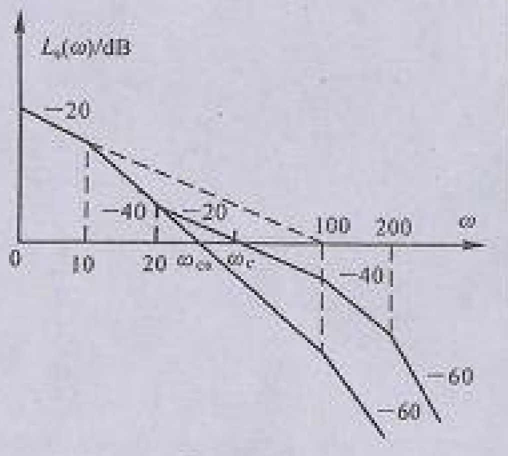

图 D.1.3

$$\gamma^*=180^\circ+\arctan\frac{50}{20}-90^\circ-\arctan\frac{50}{10}-\arctan\frac{50}{100}-\arctan\frac{50}{200}=$$
$$180^\circ-68.2^\circ-90^\circ-76.7^\circ-26.6^\circ-14^\circ 38.9^\circ>30^\circ$$

五、
$$G_0(z)=(1-z^{-1})Kz^{-1}\mathscr{Z}\left[\frac{1/T_0}{s\left(s+\dfrac{1}{T_0}\right)}\right]=\frac{z-1}{z^2}K\mathscr{Z}\left[\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\dfrac{1}{T_0}}\right]=$$

$$\frac{z-1}{z^2}K\left[\frac{z}{z-1}-\frac{z}{z-e^{-T/T_0}}\right]=\frac{K}{z}\left[1-\frac{z-1}{z-e^{-T/T_0}}\right]=$$

$$\frac{K(1-e^{-T/T_0})}{z(z-e^{-T/T_0})}\xrightarrow{e^{-T/T_0}=0.2}\frac{0.8K}{z(z-0.2)}$$

(1)
$$D_\phi(z)=z(z-0.2)+0.8K=z^2-0.2z+0.8K=0$$

$$D_\phi(1)=1-0.2+0.8K>0\longrightarrow K>-1$$

$$D_\phi(-1)=1+0.2+0.8K>0\longrightarrow K>-1.5$$

$$0.8K<1\longrightarrow K<\frac{1}{0.8}=1.25$$

考虑题中条件：$K>0$，有
$$0<K<1.25$$

$$G(z)=D(z)G_1(z)=\frac{bz+c}{z-1}\,\frac{0.8}{z(z-0.2)}=\frac{0.8(bz+c)}{z(z-0.2)(z-1)}$$

$$D_\varphi(z)=z(z-0.2)(z-1)+0.8(bz+c)=z^3-1.2z^2+(0.2+0.8b)z+0.8c=0$$

又有
$$(z-a)^3=z^3-3az^2+3a^2z-a^3=0$$

比较系数
$$\begin{cases}3a=1.2\\3a^2=0.2+0.8b\\a^3=-0.8c\end{cases}$$

解出
$$a=0.4,\quad b=0.35,\quad c=-0.08$$

六、自振条件：
$$N(A)G(j\omega)=\frac{4}{\pi A}\,\frac{Ke^{-\tau s}\times10}{j\omega(2+j\omega)^2}=-1$$

(1) $\tau=0$ 时
$$\frac{40K}{\pi A}=j\omega(2+j\omega)^2=4\omega^2-j\omega(4-\omega^2)$$

比较虚实部
$$\omega=2$$
$$\frac{40K}{\pi A}=4\omega^2$$
$$K=0.1\times\omega^2\pi A\xrightarrow{A=10Ac}2^2\pi\times\frac{1}{4}=\pi$$

(2)
$$\frac{40Ke^{-j\tau\omega}}{\pi A}=4\omega^2-j\omega(4-\omega^2)$$

代入
$$\omega=1,\quad A=10Ac=\frac{10}{4}$$
$$\frac{40Ke^{-j\tau}}{10\pi/4}=\frac{16Ke^{-j\tau}}{\pi}=4-j3=5e^{-j\arctan\frac{3}{4}}$$

比较模相角
$$\begin{cases}K=\dfrac{5}{16}\pi=0.3125\pi=0.9817\\ \tau=\arctan\dfrac{3}{4}=0.6435\end{cases}$$

西北工业大学 2005 年硕士研究生入学考试
自动控制原理试题解答

一、(1) ① $sX_1=k_1[R-c-\beta X_3]$ $\quad\dfrac{X_1}{R-c-\beta X_3}=\dfrac{k_1}{s}$ $\quad$ ② $X_2=\tau sR$ $\quad\dfrac{X_2}{R}=\tau s$

③ $[Ts+1]X_3=X_1+X_2$ $\quad\dfrac{X_3}{X_1+X_2}=\dfrac{1}{Ts+1}$ $\quad$ ④ $c=k_2X_3$ $\quad\dfrac{c}{X_3}=\dfrac{k_2}{s}$

结构图如图 D.2.1 所示。

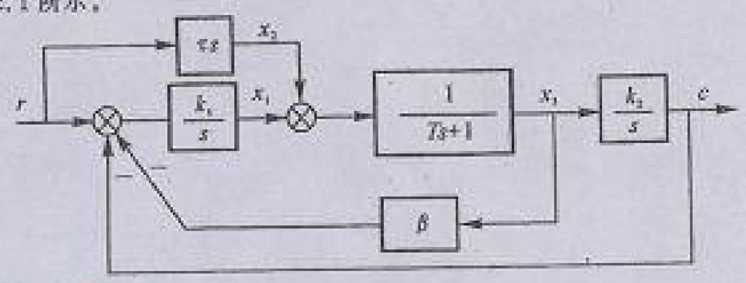

图 D.2.1

(2) 由梅森公式

$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{k_2\tau s^2+k_1k_2}{Ts^3+s^2+k_1\beta s+k_1k_2}$$

$$G(s)=\frac{K_0}{s(s+3)^2}\qquad\begin{cases}K=\dfrac{K_0}{9}\\V=1\end{cases}$$

① 渐近线 $\begin{cases}\sigma_a=-2\\\varphi_a=\pm60^\circ,180^\circ\end{cases}$

② 分离点 $\dfrac{1}{d}+\dfrac{2}{d+3}=0\Rightarrow d=-1$

③ 与虚轴交点
$$D(s)=s^3+6s^2+9s+K_0=0$$
$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)]=-\omega^3+9\omega=0\\\mathrm{Re}[D(j\omega)]=-6\omega^2+K_0=0\end{cases}\quad\begin{cases}\omega=3\\K_0=54,\quad K=\dfrac{54}{9}=6\end{cases}$$

(2) 依题并由根轨迹，令 $\lambda_1=-0.5$
$$K_{0\lambda_1}=|-0.5|\cdot|-0.5+0.3|^2=3.125$$
$\xi=0.707$ 时，可设 $\lambda_{1,2}=-\sigma\pm j\sigma$

由根之和 $\qquad\lambda_3=-6+2\sigma$
$$D(s)=s^3+6s^2+9s+K_0=(s+\sigma+j\sigma)(s+\sigma-j\sigma)\times$$
$$(s+6-2\sigma)=s^3+6s^2+(12\sigma-2\sigma^2)s+2\sigma(6-2\sigma)$$

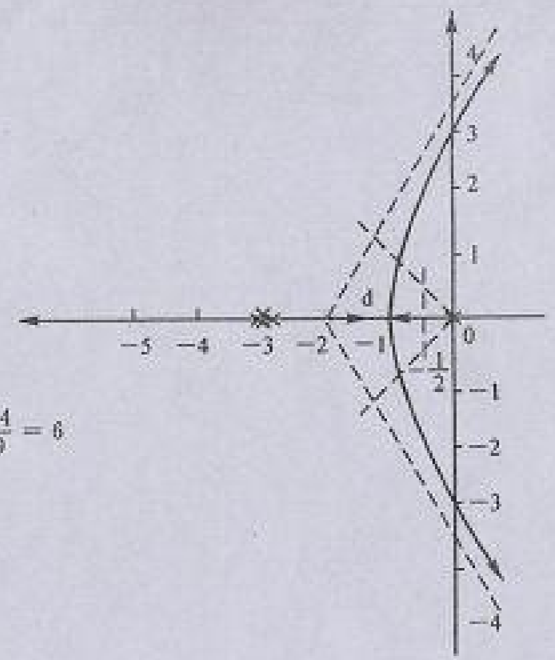

图 D.2.2

比较系数
$$\begin{cases}\sigma^2-6\sigma+4.5=0\\K_0=2\sigma(6-2\sigma)\end{cases}$$

解出
$$\begin{cases}\sigma=0.87868\\K_0=6.5513\end{cases}$$

依题意有
$$3.125<K_0<6.5513$$
$$0.3472<K=\frac{K_0}{9}<0.728$$

(3) $e_{ss}\xrightarrow{r=t}\dfrac{1}{K}=\dfrac{9}{K_0}\xrightarrow{\text{临界稳定时 }K_0=54}\dfrac{9}{54}=\dfrac{1}{6}=0.1667$

三、依题意
$$\begin{cases}M_r=\dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}=1.1547\\\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}=7.07\end{cases}$$

可解出
$$\begin{cases}\xi=0.5\\\omega_n=10\end{cases}\qquad\begin{cases}\sigma\%=16.3\%\\t_s=\dfrac{3.5}{\xi\omega_n}=\dfrac{3.5}{5}=0.7\end{cases}$$

(2)
$$G(s)=\frac{K}{s(Ts+1)}=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}=\frac{\omega_n/2\xi}{s\left(\dfrac{1}{2\xi\omega_n}s+1\right)}$$

比较得
$$\begin{cases}K=\dfrac{\omega_n}{2\xi}=10\\T=\dfrac{1}{2\xi\omega_n}=\dfrac{1}{10}\end{cases}$$

(3) 依题有 $G(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}e^{-\tau s}=\dfrac{10}{s\left(\dfrac{s}{10}+1\right)}e^{-\tau s}$

概略绘制 $L(\omega)$ 曲线如图 D.2.3 所示，令相角裕度为 $0\,(\omega_c=10)$

$$\gamma=180^\circ-90^\circ-\arctan\frac{10}{10}-57.3^\circ\times10\tau=$$
$$180^\circ-90^\circ-45^\circ-573\tau=0$$

所以
$$\tau=\frac{45}{573}=0.0785$$

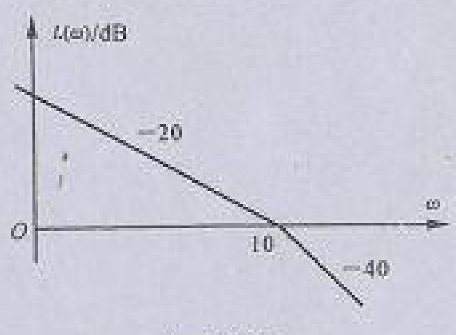

图 D.2.3