

西北工业大学
2004 年硕士研究生入学考试试题

试题名称: 量子力学
说明: 所有答题一律写在答题纸上

试题编号: 816
第 1 页 共 2 页

一、(20 分)

粒子处于 $(0, a)$ 之间的无限深势阱中,

1、求束缚态能级及归一化波函数

2、求此束缚态的动量几率分布。

$$\text{(用到)} \int e^{\alpha x} \sin(nx) dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha^2 + n^2} (\alpha \sin nx - n \cos nx)$$

二、(20 分)

试述并证明线性厄米算符的本征值和本征函数所具有的性质。为什么力学量要用线性厄米算符表示?

三、(20 分)

1、证明在 \hat{L}_z 本征态中, \hat{L}_x 和 \hat{L}_y 的平均值为零;

2、若 OX 方向与 Z 轴的夹角为 θ , 证明在 \hat{L}_z 本征态中 (本征值为 $m\hbar$) \hat{L}_x 的平均值

$$\langle L_x \rangle = m\hbar \cos \theta$$

四、(20 分)

一质量为 m , 自旋为 $1/2$ 的粒子在 $0 \leq x \leq a$ 的无限深势阱中运动, 已知 $t=0$ 时粒子处于波函数

$$\Psi(x, S_z, 0) = C \sin(\pi x/a) [\chi_{+1/2} + \chi_{-1/2}]$$

所描述的态中,

1、 $\Psi(x, S_z, t=0)$ 所描述的状态是否为定态?

2、写出在 $t=0$ 时测量 S_z 的可能值及相应的几率;

3、写出 t 时刻描写粒子状态的波函数 $\Psi(x, S_z, t)$ 。

五、(20 分)

在简谐振子的哈密顿

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

之上加一微扰项 $\hat{H}' = \beta x$, 求能量本征值的二级近似。

$$\text{用到 } x \psi_n(x) = \frac{1}{\alpha} \left[\sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1}(x) + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1}(x) \right] \quad \text{其中 } \alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$$

六、(20分)

两个自旋为 $1/2$ 的粒子, 同处于一维谐振子势场中, 若考虑两粒子间的相互作用, 求第一激发态 (一粒子处于 $n=0$ 的基态, 另一粒子处于 $n=1$ 的态) 的能量值和波函数。

七、(30分)

试用变分法求氢原子的基态能量和基态波函数。