西北工业大学

2005年硕士研究生入学考试试题

试题名称：运筹学(A卷)　　　　　　　　　　　　　　　　试题编号：809
说　明：所有答题一律写在答题纸上　　　　　　　　　　　第1页　共6页

一、判断题　（每小题3分，共30分）

1、单纯形的迭代计算是从一个可行解转换到目标函数值更大的另一个可行解。（√）
2、若线性规划问题的可行域无界，则该线性规划问题一定达不到最优解。　（×）
3、线性规划问题的每一个基解对应可行域的一个顶点。（×）
4、已知 y_i^* 为线性规划的对偶问题的最优解，若 $y_i^*>0$，说明在最优生产计划中第i种资源已完全耗尽。（√）
5、根据对偶问题的性质，当原问题为无界解时，其对偶问题无可行解，反之，当对偶问题无可行解时，其原问题具有无界解发。（×）
6、指派问题数学模型的形式同运输问题十分相似，故也可用表作业法求解。（√）
7、用割平面法示解纯数整规划时，要求包括松弛变量在内的全部变量必须取整数值。（√）
8、整数规划解的目标函数值一般优于其相应的线性规划问题的解的目标函数值。（×）
9、钻点最早时间同最迟时间相等的点连接起来的路线就是关键路线。（×）
10、若到达排队系统的顾客为普阿松流，则依次到达的两名顾客之间的间隔时间服从负指数分布。（√）

二、（20分）某企业有三个车间生产同一种产品，每件产品由四个零件1和三个零件2组成，这两种零件需耗用两种原材料，已知这两种原材料的供应量分别为300kg和500。由于三个车间拥有的设备及工艺条件不同，每个工班原材料耗用量和零件产量也不同，具体如表1所示。问三个车间就各开多少个班，才能使该产品的配套数达到最大？试建立该问题的线性规划模型。(注：只建模型不求解)

表1

项目 / 车间	每班用料数（Kg）		每班产量（件数）	
	A材料	B材料	零件1	零件2
一车间	8	6	7	5
二车间	5	9	6	9
三车间	3	8	8	4

解：第一步：设 x_1,x_2,x_3 表示一、二、三车间所开的工班数。
　　每二步，两个原材料的限制条件：
　　　　$8x_1+5x_2+3x_3\leqslant 300$；　　　$6x_1+9x_2+8x_3\leqslant 500$
　　第三步：三个车间生产的零件1的总数为 $7x_1+6x_2+8x_3$，零件2的总数为 $5x_1+9x_2+4x_3$，配套比例为4：3，因此目标函数为：

$$\max Z=\min\left[(7x_1+6x_2+8x_3)/4,(5x_1+9x_2+4x_3)/3\right]$$

由于目标函数不是线性函数，因此令：

$y=\min\left[(7x_1+6x_2+8x_3)/4,(5x_1+9x_2+4x_3)/3\right]$，则该式与下面两个不等式等价：

$$y\leqslant(7x_1+6x_2+8x_3)/4\qquad y\leqslant(5x_1+9x_2+4x_3)/3$$

西北工业大学

2005年硕士研究生入学考试试题

试题名称：运筹学(A卷)　　　　　　　　　　　　　　试题编号：809

说　明：所有答题一律写在答题纸上　　　　　　　　　第1页　共6页

于是得到本问题的LP模型为：

$$\max Z = y$$

$$s.t.\begin{cases} 0 \le 7x_1 + 6x_2 + 8x_3 - 4y \\ 0 \le 5x_1 + 9x_2 + 4x_3 - 3y \\ 8x_1 + 5x_2 + 3x_3 \le 300 \\ 6x_1 + 9x_2 + 8x_3 \le 500 \\ 0 \le x_1, x_2, x_3, y \end{cases}$$

三、已知线性规划问题

$$\max Z = (C_1 + t_1)x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + {}^0 x_4 + {}^0 x_5$$

$$s.t.\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + x_4 = b_1 + {}^3 t_2 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + x_5 = b_2 + t_2 \\ 0 \le x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \end{cases}$$

当$t_1 = t_2 = 0$时求解得最终单纯形表如表2所示。

表2

X_B	B_i	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_3	5/2	0	1/2	1	1/2	0
X_1	5/2	1	-1/2	0	-1/6	1/3
$C_j Z_j$		0	-4	0	-4	-2

试求：

1）确定$c_1, c_2, c_3, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_2 a_{21}, a_{23}$和$b_1, b_2$的值。

2）直接写出该问题的对偶问题及其最优解。

3）当$t_2 = 0$时，t_1在什么范围内变化上述最优解不变。

4）当$t_1 = 0$时，t_2在什么范围内变化上述最优基不变。

解：1）由表二可得：$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ -1/6 & 1/3 \end{pmatrix}$

由：$0 - c_1/3 = 2$，得$c_1 = 6$；$0 - (c_3/2 - c_1/6) = -4$，得：$c_3 = 10$；$c_2 - (c_3/2 - c_1/2) = -4$，

得$c_2 = -2$

西北工业大学

2005年硕士研究生入学考试试题

$$B^{-1}P=\begin{pmatrix}1/2 & 0\\ -1/6 & 1/3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_{11}\\ a_{21}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix},\quad 得：\underline{a_{11}=2,\ \ a_{21}=1}$$

和 $$B^{-1}b=\begin{pmatrix}1/2 & 0\\ -1/6 & 1/3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}b_1\\ b_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5/2\\ 5/2\end{pmatrix},\quad 得：\underline{b_1=5,\ \ b_2=10}$$

(2) 此问题的对偶问题为

$\min w=5y_1+10y_2$

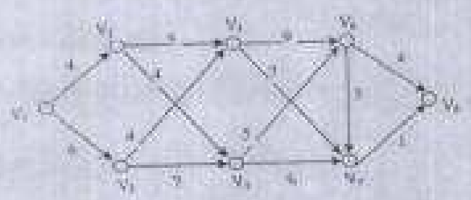
$$s.t.\begin{cases}0y_1+3y_2\ge 6\\ y_1-y_2\ge -2\\ 2y_1-y_2\ge 10\\ y_1,y_2\ge 0\end{cases}$$

对偶解为：$y_1=6,\quad y_2=2$

(3) 由：$$\begin{cases}-2-[10/2-(6+t_1)/2]\le 0\\ 0-[10/2-(6+t_1)/6]\le 0\\ 0-(6+t_1)/3\le 0\end{cases}\quad 得：-6\le t_1\le 8$$

(4) 由：$$B^{-1}b=\begin{pmatrix}1/2 & 0\\ -1/6 & 1/3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5+3t_2\\ 10+t_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5/2+3t_2/2\\ 15-t_2\end{pmatrix}\ge 0,\quad 得：-5/3\le t_2\le 15$$

四、（20分）用Dijkstra算法求下图中 v_1 点到 v_8 点的最短路，并说明最短距离是多少。



西北工业大学

2005年硕士研究生入学考试试题

解：用Dijkstra算法求解过程如下：

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	P标号点
L_1	0	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	V_1
L_2		4	6	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	V_2
L_3			6	9	8	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	V_3
L_4				9	8	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	V_5
L_5				9		13	14	$+\infty$	V_4
L_6						13	14	$+\infty$	V_6
L_7							14	17	V_7
L_8								15	V_8

最短路为：$V_1 \to V_2 \to V_5 \to V_7 \to V_8$

最短路长为：15

五、（25分）某公司拟将5万元资金投放下属A、B、C三个企业，各企业在获得资金后的收益如表3所示，试用动态规划方法求总收益最大的投资方案（投资数取整数）。

表3

投资金额（万元）		0	1	2	3	4	5
收益（万元）	A	0	2	2	3	3	3
	B	0	0	1	2	4	7
	C	0	1	2	3	4	5

解：阶段划分：把资金分配给3个企业的过程形成3个阶段，k=1，2，3

状态变量 s_k 表示给第k个企业到第n个企业分配资金时拥有的资金数，$0 \le s_k \le 5$

决策变量 x_k 表示给第k个企业分配的资金数，$0 \le x_k \le s_k$

状态转移方程：$s_{k+1} = s_k - x_k$

阶段效应 $g_k(s_k, x_k)$ 如表3所示

动态规划方程为：

$f_k(s_k) = \max\{g_k(s_k, x_k) + f_{k+1}(s_{k+1})\}$　　k=1,2,3

$f_4(s_4) = 0$

西北工业大学
2005年硕士研究生入学考试试题

当k=3时，$0\le s_3\le 5$，$0\le x_3\le s_3$，计算结果如下表所示：

s_3 \ x_3	0	1	2	3	4	5	$f_3(s_3)$	x_3^*
0	0						0	0
1		1					1	1
2			2				2	2
3				3			3	3
4					4		4	4
5						5	5	5

当k=2时，$0\le s_2\le 5$，$0\le x_2\le s_2$，计算结果如下表所示：

s_2 \ x_2	0	1	2	3	4	5	$f_2(s_2)$	x_2^*
0	0+0						0	0
1	0+1	0+0					1	0
2	0+2	0+1	1+0				2	0
3	0+3	0+2	1+1	2+0			3	0
4	0+4	0+3	1+2	2+1	4+0		4	0,4
5	0+5	0+4	1+3	2+2	4+1	7+0	7	5

当k=1时，$0\le s_1\le 5$，$0\le x_1\le s_1$，计算结果如下表所示：

s_1 \ x_1	0	1	2	3	4	5	$f_1(s_1)$	x_1^*
5	0+7	2+4	2+3	3+2	3+1	3+0	7	0

最优策略是：（0，5，0）；最大收益是：7万元。

六、简述题（20分）

试述运输问题模型的特点及求解的思路，并说明表上作业法的步骤。

答：有m个产地n个销地的产销平衡的运输问题的数学模型是一个带有$m\times n$个变量、$m+n$个等式约束条件的线性规划，具有如下一些特点：

1）运输问题约束方程组的系数矩阵具有特殊结构。该矩阵的元素均为1或0，每一列只有