$$G(z)=D(z)G_0(z)=\frac{bz+c}{z-1}\frac{0.8}{z(z-0.2)}=\frac{0.8(bz+c)}{z(z-0.2)(z-1)}$$

$$D_\phi(z)=z(z-0.2)(z-1)+0.8(bz+c)=z^3-1.2z^2+(0.2+0.8b)z+0.8c=0$$

又有 $$(z-a)^3=z^3-3az^2+3a^2z-a^3=0$$

比较系数 $$\begin{cases}3a=1.2\\3a^2=0.2+0.8b\\a^3=-0.8c\end{cases}$$

解出 $$a=0.4,\quad b=0.35,\quad c=-0.08$$

六、自振条件：$$N(A)G(j\omega)=\frac{4}{\pi A}\frac{Ke^{-\tau s}\times 10}{j\omega(2+j\omega)^2}=-1$$

(1) $\tau=0$ 时 $$\frac{40K}{\pi A}=j\omega(2+j\omega)^2=4\omega^2-j\omega(4-\omega^2)$$

比较虚实部 $$\omega=2$$

$$\frac{40K}{\pi A}=4\omega^2$$

$$K=0.1\times\omega^2\pi A\xrightarrow{A=10Ac}2^2\pi\times\frac{1}{4}=\pi$$

(2) $$\frac{40Ke^{-j\omega\tau}}{\pi A}=4\omega^2-j\omega(4-\omega^2)$$

代入 $$\omega=1,\quad A=10Ac=\frac{10}{4}$$

$$\frac{40Ke^{-j\tau}}{10\pi/4}=\frac{16Ke^{-j\tau}}{\pi}=4-j3=5e^{-j\arctan\frac{3}{4}}$$

比较模相角 $$\begin{cases}K=\frac{5}{16}\pi=0.3125\pi=0.9817\\\tau=\arctan\frac{3}{4}=0.6435\end{cases}$$

西北工业大学2005年硕士研究生入学考试
自动控制原理试题解答

一、(1) ① $sX_1=k_1[R-c-\beta X_3]$ $\quad\frac{X_1}{R-c-\beta X_3}=\frac{k_1}{s}$ $\quad$ ② $X_2=\tau sR$ $\quad\frac{X_2}{R}=\tau s$

③ $[Ts+1]X_3=X_1+X_2$ $\quad\frac{X_3}{X_1+X_2}=\frac{1}{Ts+1}$ $\quad$ ④ $sc=k_2X_3$ $\quad\frac{c}{X_3}=\frac{k_2}{s}$

结构图如图 D.2.1 所示。

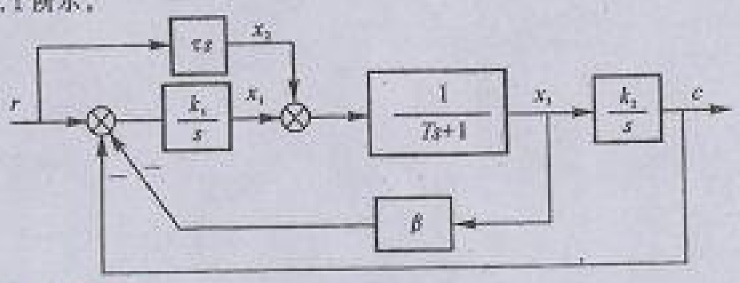

图 D.2.1

(2) 由梅森公式

$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{k_2\tau s^2+k_1k_2}{Ts^3+s^2+k_1\beta s+k_1k_2}$$

$$G(s)=\frac{K_0}{s(s+3)^2}\qquad\begin{cases}K=\frac{K_0}{9}\\V=1\end{cases}$$

① 渐近线 $$\begin{cases}\sigma_a=-2\\\varphi_a=\pm60^\circ,180^\circ\end{cases}$$

② 分离点 $\frac{1}{d}+\frac{2}{d+3}=0\Rightarrow d=-1$

③ 与虚轴交点

$$D(s)=s^3+6s^2+9s+K_0=0$$

$$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)]=-\omega^3+9\omega=0\\\mathrm{Re}[D(j\omega)]=-6\omega^2+K_0=0\end{cases}\quad\begin{cases}\omega=3\\K_0=54,\quad K=\frac{54}{9}=6\end{cases}$$

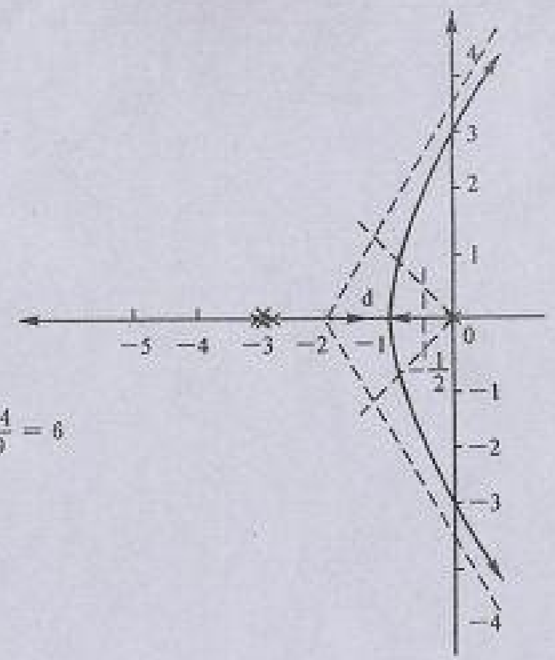

图 D.2.2

(2) 依题并由根轨迹，令 $\lambda_1=-0.5$

$$K_{0\lambda_1}=|-0.5|\cdot|-0.5+0.3|^2=3.125$$

$\xi=0.707$ 时，可设 $\lambda_{1,2}=-\sigma\pm j\sigma$

由根之和 $\quad\lambda_3=-6+2\sigma$

$$D(s)=s^3+6s^2+9s+K_0=(s+\sigma+j\sigma)(s+\sigma-j\sigma)\times(s+6-2\sigma)=s^3+6s^2+(12\sigma-2\sigma^2)s+2\sigma(6-2\sigma)$$

比较系数 $$\begin{cases}\sigma^2-6\sigma+4.5=0\\K_0=2\sigma(6-2\sigma)\end{cases}$$

解出 $$\begin{cases}\sigma=0.87868\\K_0=6.5513\end{cases}$$

依题意有 $$3.125<K_0<6.5513$$

$$0.3472<K=\frac{K_0}{9}<0.728$$

(3) $$e_{ss}\xrightarrow{r=t}\frac{1}{K}=\frac{9}{K_0}\xrightarrow{\text{临界稳定时 }K_0=54}\frac{9}{54}=\frac{1}{6}=0.1667$$

三、依题意 $$\begin{cases}M_r=\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}=1.1547\\\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}=7.07\end{cases}$$

可解出 $$\begin{cases}\xi=0.5\\\omega_n=10\end{cases}\qquad\begin{cases}\sigma\%=16.3\%\\t_s=\frac{3.5}{\xi\omega_n}=\frac{3.5}{5}=0.7\end{cases}$$

(2) $$G(s)=\frac{K}{s(Ts+1)}=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}=\frac{\omega_n/2\xi}{s\left(\frac{1}{2\xi\omega_n}s+1\right)}$$

比较得 $$\begin{cases}K=\frac{\omega_n}{2\xi}=10\\T=\frac{1}{2\xi\omega_n}=\frac{1}{10}\end{cases}$$

(3) 依题有 $$G(s)=\frac{K}{s(Ts+1)}e^{-\tau s}=\frac{10}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)}e^{-\tau s}$$

概略绘制 $L(\omega)$ 曲线如图 D.2.3 所示，令相角裕度为 $0(\omega_c=10)$

$$\gamma=180^\circ-90^\circ-\arctan\frac{10}{10}-57.3^\circ\times10\tau=$$

$$180^\circ-90^\circ-45^\circ-573\tau=0$$

所以 $$\tau=\frac{45}{573}=0.0785$$

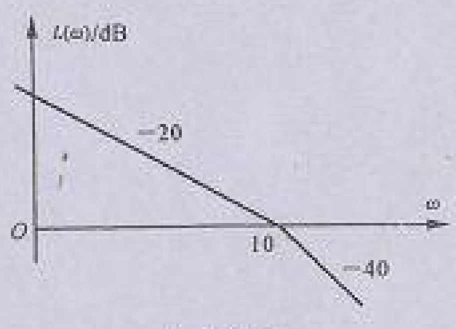

图 D.2.3

3.

$$G_0(s)=\frac{10}{(s+1)\left(\frac{s}{2}+1\right)\left(\frac{s}{10}+1\right)}$$

$$\omega_c=\sqrt{2\times10}=4.47$$

$$\gamma_0=180^\circ-\arctan\frac{4.47}{1}-\arctan\frac{4.47}{2}-\arctan\frac{4.47}{10}=180^\circ-77.4^\circ-65.9^\circ-24.1^\circ=12.6^\circ$$

(2) 依题校正后有

$$\Phi(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$\begin{cases}\sigma\%=16.3\%\\ t_s=\dfrac{3.5}{\xi\omega_n}=0.7\end{cases}\quad 解出\quad\begin{cases}\xi=0.5\\ \omega_n=10\end{cases}$$

$$\Phi(s)=\frac{100}{s^2+10s+100}$$

$$G(s)=\frac{\Phi}{1-\Phi}=\frac{100}{s(s+10)}=\frac{10}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)}$$

$$G_c(s)=\frac{G(s)}{G_0(s)}=\frac{10}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)}\cdot\frac{(s+1)\left(\frac{s}{2}+1\right)\left(\frac{s}{10}+1\right)}{10}=\frac{(s+1)\left(\frac{s}{2}+1\right)}{s}=$$

$$\frac{s}{2}+1.5+\frac{1}{s}=K_Ds+K_P+\frac{K_I}{s}$$

比较得 $K_D=\frac{1}{2},\quad K_P=1.5,\quad K_I=1$

五、

$$G(z)=\frac{C^*(z)}{E^*(z)}=\frac{\mathcal{Z}\left[\dfrac{10(1-e^{-Ts})}{s^3}\right]}{1+\mathcal{Z}\left[\dfrac{5s(1-e^{-Ts})}{s^3}\right]}=\frac{10(1-z^{-1})\mathcal{Z}\left[\dfrac{1}{s^3}\right]}{1+5[1-z^{-1}]\mathcal{Z}\left[\dfrac{1}{s^2}\right]}=$$

$$\frac{10\left(\frac{z-1}{z}\right)\dfrac{T^2z(z+1)}{2(z-1)^3}}{1+5\left(\frac{z-1}{z}\right)\dfrac{Tz}{(z-1)^2}}=\frac{5(z+1)T^2/(z-1)^2}{1+5T/(z-1)}=$$

$$\frac{5T^2(z+1)}{(z-1)(z-1+5T)}\overset{T=0.2}{=\!=\!=}\frac{0.2(z+1)}{z(z-1)}$$

$$\Phi_e(z)=\frac{E(z)}{R(z)}=\frac{1}{1+G(z)}=\frac{1}{1+\dfrac{0.2(z+1)}{z(z-1)}}=\frac{z(z-1)}{z^2-0.8z+0.2}$$

(1) 判断稳定性

$$D(z)=z^2-0.8z+0.2$$

$$\left.\begin{aligned}&D(1)=1-0.8+0.2=0.4>0\\&D(1)=1+0.8+0.2=2>0\\&|0.2|<|1|\end{aligned}\right\}闭环系统稳定$$

(2)

$$e^*(\infty)=\frac{TA}{K_v}$$

$$K_v=\lim_{z\to1}(z-1)G(z)=\lim_{z\to1}\frac{0.2(z+1)}{z}=0.4$$

所以

$$e^*(\infty)=\frac{0.2\times1}{0.4}=0.5$$

$$\frac{-1}{N(A)}=\frac{-4}{3A^2}\quad\begin{cases}A\to0时,\ \dfrac{-1}{N(A)}\to-\infty\\ A\to\infty时,\ \dfrac{-1}{N(A)}\to0\end{cases}$$

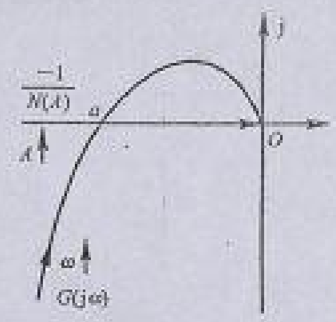

图 D.2.4

所以 $\frac{-1}{N(A)}$ 曲线如图 D.2.4 所示。

绘出 $G(j\omega)$ 曲线，可见 a 不是自振点，求 a 点参数 (A,ω)

令 $$N(A)G(j\omega)=\frac{3A^2}{4}\cdot\frac{8}{j\omega(1+j\omega)(2+j\omega)}=-1$$

$$6A^2=-j\omega(1+j\omega)(2+j\omega)=3\omega^2-j\omega(2-\omega^2)$$

比较有

$$\begin{cases}6A^2=3\omega^2\\2-\omega^2=0\end{cases}$$

解出

$$\begin{cases}A=\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{2}=1\\ \omega=\sqrt{2}\end{cases}$$

依题及分析结果：

① 系统的自由运动形式有两种：稳定或发散。

② 当初始扰动幅值 $\begin{cases}A>1时，运动发散。\\A<1时，运动收敛。\end{cases}$

西北工业大学2006年硕士研究生入学考试

自动控制原理试题解答

一、依题有 $$my''+fy'+ky=x$$

$$\Phi(s)=\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{1}{ms^2+fs+k}=\frac{1/m}{s^2+\frac{f}{m}s+\frac{k}{m}}=\frac{\frac{1}{k}\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$h(\infty)=0.5=\lim_{s\to0}s\cdot\Phi(s)\cdot\frac{1}{s}=\frac{1}{k}\Rightarrow k=2$$

$$\begin{cases}\sigma\%=\dfrac{0.55-0.5}{0.5}=10\%=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}\\ t_p=\dfrac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\xi=0.591\\ \omega_n=1.95\end{cases}$$

$$\begin{cases}k/m=\omega_n^2=1.95^2=3.8\\ f/m=2\xi\omega_n=2\times0.591\times1.95=2.305\end{cases}$$

解出 $$k=2,\quad m=0.526,\quad f=1.213$$

$$\Phi(s)=\frac{1.9}{s^2+2.3s+3.8}$$

二、(1) 依题可设 $$G(s)=\frac{abK}{s(s+a)(s+b)}\quad\begin{cases}K^*=abK\\V=1\end{cases}$$

$$D(s)=s(s+a)(s+b)+abK=s^3+(a+b)s^2+abs+abK=0$$

$$\begin{cases}\mathrm{Re}[D(j\omega)]=-(a+b)\omega^2+Kab=0\\ \mathrm{Im}[D(j\omega)]=-\omega^3+ab\omega=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}$$

$$G(s)=\frac{6K}{\cdots}$$