

西北工业大学
2007 年硕士研究生入学考试试题

科目名称: 单考数学

试题编号: 733

说明: 所有答题一律写在答题纸上

第 1 页 共 3 页

一、填空题 (每题 4 分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x} - e^x}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 曲线 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$, 在 $t = 2$ 处的切线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 积分 $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. $y' = \cos(x - y)$ 的通解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. 若 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题 (每题 4 分)

1. 设 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 $y = x - [x]$ 是 ().
 (A) 周期函数 (B) 单调函数
 (C) 偶函数 (D) 无界函数
2. 设 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 均为非负数列, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$, 则必有 ().
 (A) $a_n < b_n$ 对任意的 n 成立 (B) $b_n < c_n$ 对任意的 n 成立
 (C) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n c_n$ 不存在 (D) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$ 不存在
3. 设 $f(x)$ 和 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, $f(x)$ 为连续函数, 且 $f(x) \neq 0, \varphi(x)$ 有间断点, 则 ().
 (A) $\varphi[f(x)]$ 必有间断点 (B) $[\varphi(x)]^2$ 必有间断点
 (C) $f[\varphi(x)]$ 必有间断点 (D) $\frac{\varphi(x)}{f(x)}$ 必有间断点
4. 把 $x \rightarrow 0^+$ 的无穷小量 $\alpha = \int_0^x \cos t^2 dt, \beta = \int_0^{x^3} \tan \sqrt{t} dt, \gamma = \int_0^{\sqrt{x}} \sin t^3 dt$ 排列起来, 使得在后面的的是前一个的高阶无穷小, 则正确的排列次序是 ().
 (A) α, β, γ (B) α, γ, β
 (C) β, α, γ (D) β, γ, α

西北工业大学
2007 年硕士研究生入学考试试题

科目名称: 单考数学

试题编号: 733

说明: 所有答题一律写在答题纸上

第 2 页 共 3 页

5. 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关, 则向量组 ().

- (A) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 + \alpha_1$ 线性无关
 (B) $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关
 (C) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关
 (D) $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_4, \alpha_4 - \alpha_1$ 线性无关

三、计算题 (每题 8 分)

1. 求极限 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sqrt[n]{(n+1)(n+2) \cdots (n+n)}$.

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 求正数 n , 使得 $\sqrt{x} + \sqrt{x}$ 为 x^n 的等价无穷小.

3. 设 $z = \sin(xy) + \varphi(x, \frac{x}{y})$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, 其中 $\varphi(u, v)$ 有二阶偏导数.

4. 若极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a^2 + t^2}} dt}{bx - \sin x} = 1$, 求 a, b .

5. 已知方程 $\sin(x^2 + y^2) + e^x - xy^2 = 0$. 求 y' .

6. 设 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$. 求 $f^{(n)}(x)$.

7. 讨论曲线 $y = 4\ln x + k$ 与 $y = 4x + \ln^4 x$ 的交点个数.

8. 设区域 D 为 $x^2 + y^2 \leq R^2$, 求解积分 $\iint_D (\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}) d\sigma$.

9. 讨论 a, b 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ -x_2 + (a-3)x_3 - 2x_4 = b \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + ax_4 = -1 \end{cases}$$

无解, 有唯一解或有无穷多解, 并求出有无穷多解时的通解.

10. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵.

西北工业大学
2007年硕士研究生入学考试试题参考答案

科目名称: 单考数学

说明: 所有答题一律写在答题纸上

试题编号: 733

第 3 页 共 3 页

四、证明题 (每题 10 分)

1. 设 $f(x)$ 在 $[0, 3]$ 连续, 在 $(0, 3)$ 可导, 且 $f(0) + f(1) + f(2) = 3$, $f(3) = 1$. 求证: 存在 $\xi \in (0, 3)$ 使得 $f'(\xi) = 0$.
2. 设 $a_1 > 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{1}{a_n})$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
3. 设 η^* 是非齐次线性方程组 $AX = \beta$ 的一个解, $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-r}$ 是导出组的一个基础解系. 试证:
 - (1) $\eta^*, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-r}$ 线性无关;
 - (2) $\eta^*, \eta^* + \xi_1, \eta^* + \xi_2, \dots, \eta^* + \xi_{n-r}$ 线性无关.