西北工业大学

2007年硕士研究生入学考试试题

试题名称：概率论（A卷） 试题编号：408

说 明：所有答题一律写在答题纸上

一、（本题满分20分）

(1) 已知 $P(\overline{A})=0.3, P(B)=0.4, P(A\overline{B})=0.5$，求 $P(B|A\cup\overline{B})$.

(2) 同时掷两枚骰子，已知两枚骰子点数之和为9，求有一枚点数为5的概率。

二、（本题满分为20分）为了提高某产品的质量，公司经理考虑增加投资来改进生产设备，预计需投资90万元，但对投资效果，公司智囊团出现两种不同意见：

A_1：改进设备后，高质量产品可占90%；A_2：改进设备后，高质量产品仅占70%。已知

$P(A_1)=0.4, P(A_2)=0.6$。为了做出令智囊团信服的决策，公司经理决定先做一项试验，

试验结果为：试制了5个产品，结果全是高质量产品，试问公司经理将作何决定？为什么？

三、（本题满分20分）假设一电路装有 n 个同种电子元件，其工作状态相互独立，且无故障时间都服从参数为 λ 的指数分布，当所有元件都无故障工作时，电路正常工作，否则整个电路不能正常工作，试求：(1) 电路正常工作时间 T 的概率分布；(2) T 的数学期望与方差；(3) $Y=T^2$ 的概率密度函数。

四、（本题满分20分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} A(1+y+xy), 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

(1) 试确定常数A；(2) 试问X与Y是否相互独立？为什么？ (3) 试求 $Z=X+Y$ 的概率密度函数。

五、（本题满分 20 分）设二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态 $N(0,1,0,1,\rho)$ 分布，求

$E(|X-Y|)$和$D(|X-Y|)$.

六、（本题满分20分）设随机变量 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 相互独立同服从泊松 $P(\lambda)$ 分布

(1) 求 $\overline{\xi}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_n$ 的特征函数；

(2) 证明 $\overline{\xi}\xrightarrow{P}\lambda$；

西北工业大学

2007年硕士研究生入学考试试题

试题名称：概率论（A卷）　　　　　　　　　　　　试题编号：408

说　　明：所有答题一律写在答题纸上　　　　　　　　第 2 页　共 2 页

(3)　求 $\eta_n = \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n}(\xi_k - E\xi_k)}{\sqrt{\sum\limits_{k=1}^{n} D(\xi_k)}}$ 的特征函数，并求 $n \to \infty$ 时的极限。

七、（本题满分 20 分）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是独立同分布的随机变量，其密度函数为

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \dfrac{kx^{k-1}}{\theta^k}, & 0 \le x \le \theta \\ 0, & 其它 \end{cases}, \quad k > 1. \quad 令：X_{(n)} = \max_{1 \le i \le n} X_i$$

1.　试求 $X_{(n)}$ 的密度函数；

2.　令 $T_n = CX_{(n)}$，试求使 $E(T_n - \theta)^2$ 达到最小的 C 的值；

3.　证明 $T_n \xrightarrow{P} \theta$.

八、（本题满分 10 分）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为正的独立的随机变量，服从相同的分布，密度函数为 $f(x)$，试证：

$$E\left(\frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_k}{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}\right) = \frac{k}{n}$$