西北工业大学

2008年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称：数值分析

说明：所有试题一律写在答题纸上

1. 填空（每小题 3 分，共 15 分）

（1）设近似数 $x_1^* = 9.2270$，$x_2^* = 0.8009$ 都是“四舍五入”得来的，

则相对误差 $|e_r(x_1^* x_2^*)| \le$ ________；

（2）当步长 $h \le$ ______ 时，Euler 显式方法求解初值问题

$$\begin{cases} y' + 20y = 0 \quad , \quad x > 1 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

是绝对稳定的；

（3）设有求解线性代数方程组的迭代法：$x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + g$．则当矩阵 B 的谱半径 $\rho(B) =$ ______ 时该迭代法对任意初始向量 $x^{(0)}$ 必有限步收敛；

（4）设 $\varphi(x) = 2 + (x-2)^3$，则迭代法 $x_{n+1} = \varphi(x_n)$ 具有 _____ 阶局部收敛性；

（5）把向量 $(0,1)^T$ 变换为 $(1,0)^T$ 的反射矩阵是 $H =$ ___________.

2.（11 分）已知 $p_3(x) = x^3 + x^2 - 1$，试求满足插值条件

$$p_4(i) = p_3(i) \ (i = 1,2,3,4),\ p_4(0) = 1$$

的插值多项式 $p_4(x)$.

3.（11 分）用最小二乘法确定函数 $y = a + b\ln x$ 中的常数 a 和 b（计算结果小数点后保留 4 位），使该函数曲线与下列数据相拟合：

x_i	1	2	3	4
y_i	2.5	3.4	4.1	4.4

4.（11 分）设有方程 $x = \ln 4x$. 使建立一个求该方程在区间（0 ，1）内的根的迭代格式（非牛顿格式），讨论所建立格式的收敛性，并取初值 $x_0 = 0.5$，求该方程的近似根 x_{n+1}，要求当 $|x_{n+1} - x_n| \le 10^{-3}$ 时停止迭代.

5.（11 分）设有线性方程组

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

试证明 Jacobi 迭代法不是对任意初值都收敛，而相应的 Gauss-Seidel 迭代法对任意初值都收敛，并写出 Gauss-Seidel 迭代法的迭代格式（不必计算）.

6.（11 分）设有 R^2 中的向量 $x = (2, 3)^T$. 试求一个二阶反射矩阵 H，使 Hx 与 x 正交.

7.（10 分）写出欧拉预估-校正法求解初值问题

$$y' + y + y^2 \sin x = 0 \quad , \quad y(1) = 1$$

的计算格式，并取步长 $h = 0.2$，求 $x = 1.4$ 处的数值解. 结果保留五位小数.

8.（10 分）设 $f(x)$ 是 n 次多项式. 使论证一阶差商 $f[x, 1]$ 是 $n-1$ 次多项式.

9.（10 分）设 $x = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cdots}}}$. 试写出求 x 的迭代方法，讨论该方法的收敛性，并求 x 的近似值 x_{n+1}，使 $|x_{n+1} - x_n| \le 10^{-2}$.