

西北工业大学

2008 年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称: 随机过程

共 2 页 第 1 页

说明: 所有试题一律写在答题纸上

一. (20 分) 设 $\{X(t), -\infty < t < \infty\}$ 为平稳过程, 试证明 $\{X(t), -\infty < t < \infty\}$ 均方可导的充分必要条件是: 该过程 $\{X(t), -\infty < t < \infty\}$ 在某一点均方可导。

二. (20 分)

(1) 试写出 Poisson 过程的数学定义, 并计算其均值函数、自协方差函数和自相关系数函数。

(2) 设 $\{N_1(t), t \geq 0\}$ 是参数为 λ_1 的 Poisson 过程, $\{N_2(t), t \geq 0\}$ 是参数为 λ_2 的 Poisson 过程, 两个过程相互独立。对 $0 \leq k \leq n$, 证明下列成立:

$$P\{N_1(t) = k | N_2(t) = n\} = C_n^k \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^k \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^{n-k}.$$

三 (20 分)

(1) 试计算 $MA(q)$ 过程的自协方差函数和自相关系数函数。

(2) 试给出 $AR(p)$ 过程的自协方差函数和自相关系数函数所满足的 Yule-Walker 方程, 并证明之。

四. (20 分) 设 A, B 相互独立且同服从于 $N(\mu, \sigma^2)$ 分布, α 为一实常数,

西北工业大学

2008 年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称: 随机过程

共 2 页 第 1 页

试计算随机过程

$$\{X(t) = A \cos at + B \sin at, t \geq 0\}$$

的均值函数, 自协方差函数, 二维有限维分布函数族, 二维有限维特征函数族;

该过程是正态过程吗? 如果是正态过程, 则试证明之。否则举反例。

五. (20 分) 设 Markove 链的状态空间 $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 一步转移概率矩阵为

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

试分解此链.