

西北工业大学

2008 年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称: 高等数理统计

共 2 页 第 1 页

1. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的一组样本, $X \sim N(0,1)$, 求 C_1, C_2 使得

$$Y = C_1(X_1 + X_2)^2 + C_2(X_3 + X_4 + X_5 + X_6)^2$$

服从 χ^2 分布。(20 分)

2. 设总体 X 的密度

$$\varphi(x) = (2\pi\sigma^2)^{-1/2} x^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2\right\} \quad x > 0$$

求 μ, σ^2 的最大似然估计。(20 分)

3. 设 X_1, X_2 独立同分布, 密度函数为: $p(x; \theta) = 3x^2 / \theta^3 \quad 0 < x < \theta, \theta > 0$

(1) 证明 $T_1 = 2(X_1 + X_2)/3$ 和 $T_2 = 7 \max(X_1, X_2)/6$ 都是 θ 的无偏估计;

(2) 计算 T_1 和 T_2 的均方误差并进行比较;

(3) 证明在均方误差意义下, 在形如 $T_c = c \max(X_1, X_2)$ 的估计中 $T_{6/7}$ 最优。

(20 分)

4. 设随机变量 X 服从几何分布, 即

$$P(X = k) = \theta(1 - \theta)^{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots$$

θ 的先验分布为 $U(0,1)$ 。

(1) 若 $X_1 = 3$, 即仅有一次观测, 在平方损失下, 求 θ 的 Bayes 估计。

(2) 若 $(X_1, X_2, X_3) = (2, 3, 5)$, 即有 3 次观测, 在平方损失下, 求 θ 的 Bayes

西北工业大学

2008 年博士研究生第二次招生考试试题

试题名称: 高等数理统计

共 2 页 第 1 页

估计.

(20 分)

5. 设 $X \sim U(\theta - 1/2, \theta + 1/2)$, θ 的先验分布为 $U(10, 20)$.(1) 若 $X_1 = 12$, 即仅有一次观测, 求 θ 的后验分布;(2) 若 $(X_1, X_2, \Delta, X_6) = (11.0, 11.5, 11.7, 11.1, 11.4, 10.9)$, 即有 6 次观测, 求 θ 的后验分布。(20 分)