

七. 设 V_1, V_2, \dots, V_s 是线性空间 V 的 s 个非平凡子空间, 证明: V 中至少有一个向量 α 不属于 V_1, V_2, \dots, V_s 中任何一个. (10 分)

八. 设 n 阶方阵 A 的特征根是 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, $f(x)$ 是一个多项式, 证明: $f(A)$ 的特征根是 $f(\lambda_1), f(\lambda_2), \dots, f(\lambda_n)$. (15 分)

九. 设 A 是方阵, 且 $A^m = 0$, 证明: $|A + E| = 1$. (10 分)

十. 设 $f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 4x_1x_4 - 4x_2x_3 + 6x_2x_4 - 2x_3x_4$, 用正交线性变换把 f 化为标准形. (20 分)